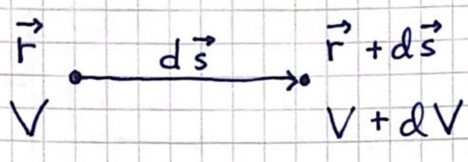
Uke 6, onsdag 09.02.22

Fra før: $\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Nå: **Beregne $\vec{E}$ fra V** [OS2 7.4]



$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$

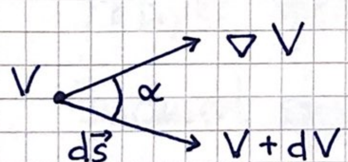
$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

$$= \left\{ \hat{x} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial V}{\partial z} \right\} \cdot \left\{ \hat{x}\, dx + \hat{y}\, dy + \hat{z}\, dz \right\}$$

$$= \nabla V \cdot d\vec{s} \qquad (\nabla V = \text{gradienten til } V)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = -\nabla V}$$

Hvordan <u>tolke</u> vektoren ∇V ?

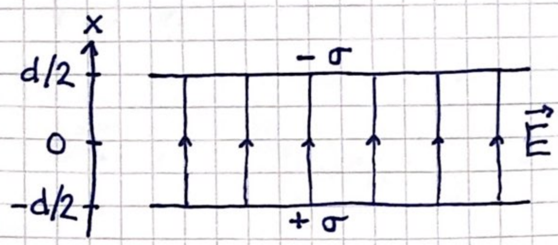


$$dV = \nabla V \cdot d\vec{s}$$
$$= |\nabla V| \cdot |d\vec{s}| \cdot \cos\alpha$$

Dvs: Størst dV når forflytningen $d\vec{s}$ foretas i den retning som ∇V peker ($\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$)

Dvs: $\vec{E}$ peker i den retning som V avtar raskest, og $|\vec{E}|$ er endringen i V pr lengdeenhet.

Eks 1: Platekondensatoren

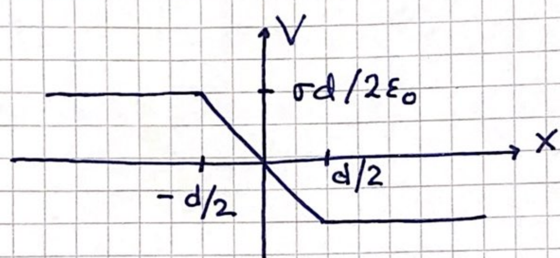


Fra før:

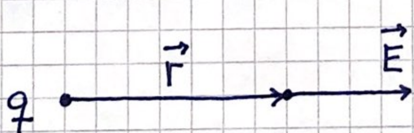
$$\vec{E}(x) = \begin{cases} \hat{x}\,\sigma/\varepsilon_0 & ; \ |x| < d/2 \\ 0 & ; \ |x| > d/2 \end{cases}$$

Velger f.eks. $V = 0$ i $x = 0$.

Siden $E_x = \sigma/\varepsilon_0$, ser vi at $V(x) = -\sigma x/\varepsilon_0$ mellom platene. Utenfor platene er $E = 0$, dvs V = konstant, og siden $V(\pm d/2) = \mp \sigma d/2\varepsilon_0$, blir grafen slik:



Eks 2: Punktladning



$$V(r) = q/4\pi\varepsilon_0 r \qquad \text{(Coulombpotensialet)}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\hat{r}\frac{\partial}{\partial r}V(r) = \hat{r}\cdot q/4\pi\varepsilon_0 r^2$$

(som vi visste fra før)

Ekvipotensialflater [OS2 7.5]

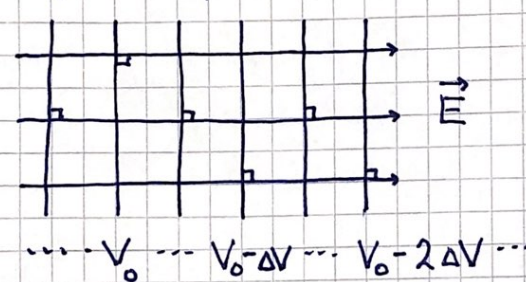
Flater i rommet med konstant verdi av V.

(På papiret, kurver med konstant V)

Vi vet at $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$, slik at hvis $d\vec{s}$ forbinder to punkter på samme ekvipotensialflate, er $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$, dvs $\vec{E} \perp d\vec{s}$, dvs

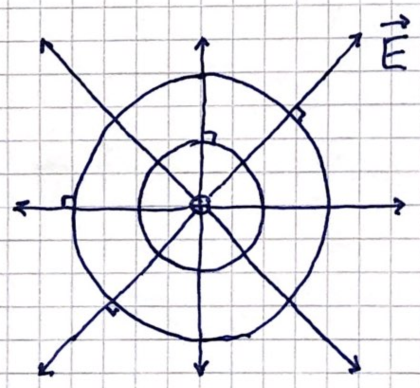
$$\boxed{\vec{E} \perp \text{ekvipotensialflatene}}$$

Eks 1: Uniformt felt $\vec{E}$



V = konst. på <u>plan</u> $\perp$ $\vec{E}$

Eks 2: Punktladning



$\vec{E}$ rettet radielt

$\Downarrow$

V = konst. på <u>kuleflater</u> med sentrum på ladningen

Materialers elektriske egenskaper

Ledere (metaller) [OSZ 7.5]

Ledere har frie ladninger, typisk 1 eller 2 frie elektroner pr atom i metaller. En nettokraft vil sette de frie ladningene i bevegelse.

Metall i elektrostatisk likevekt:

- $\vec{E} = 0$ overalt inni. Hvis $\vec{E} \neq 0$ får vi kraft $\vec{F} = -e\vec{E}$ på de frie elektronene, dvs ikke likevekt.

- All netto ladning ligger på overflaten.
  Ikke opplagt; skyldes at $F(r) \sim 1/r^2$.
  (Bevises senere med Gauss' lov.)

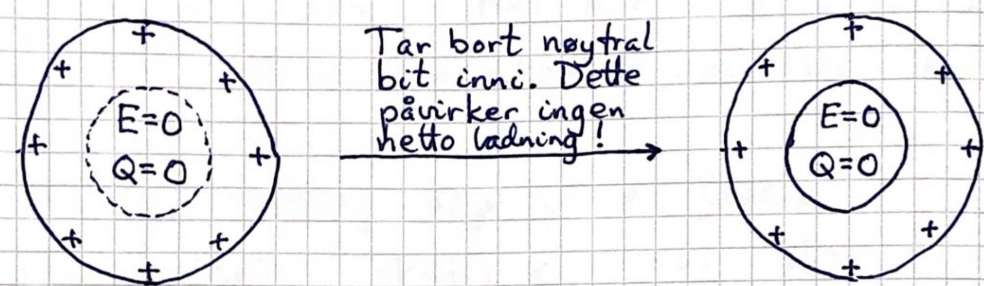
- På overflaten av metall (som har nettoladning) står $\vec{E}$ normalt på overflaten.
  Hvis $E_{\parallel} \neq 0$ får vi kraft $F_{\parallel} = -eE_{\parallel}$ på de frie elektronene, dvs ikke likevekt.

  På overflaten er $E_{\perp} = \sigma/\varepsilon_0$, der σ er overflatens nettoladning pr flateenhet.
  (Bevises senere med Gauss' lov.)

- Et metall i likevekt er et ekvipotensial. Inni er $E = 0$, på overflaten er $\vec{E} \perp d\vec{s}$, slik at $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ uansett forflytning $d\vec{s}$ i metallstykket.

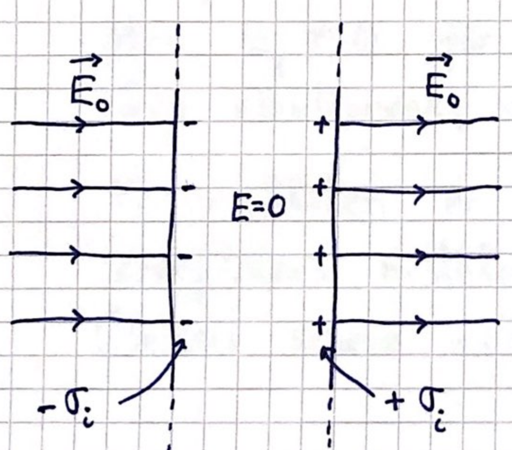
- Et metallstykke med et hulrom har $E = 0$ i hulrommet, og all nettoladning ligger på ytre overflate.

  Bevis :



Uten hulrom   Med hulrom

Eks 1: Metallskive i uniformt ytre felt $\vec{E}_0$



Ytre felt $\vec{E}_0$ gir kraft som trekker frie elektroner til venstre overflate. Likevekt når indusert ladning $\pm\sigma_i = \pm\varepsilon_0 E_0$ skaper indusert felt $\vec{E}_i = -\vec{E}_0$ inni skiva, slik at totalt felt inni blir $\vec{E}_0 + \vec{E}_i = 0$.