

Oppgave 1: Partikkel i boks

En partikkel befinner seg i potensialet $V(x) = 0$ for $0 < x < L$ og $V(x) = \infty$ ellers (dvs en uendelig dyp potensialbrønn på intervallet $0 < x < L$). Ved tidspunktet $t = 0$ beskrives partikkelen av bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = A \left(\sin \frac{\pi x}{L} + \sin \frac{2\pi x}{L} \right).$$

a) Bestem koeffisienten A slik at Ψ er normert.

b) Skriv ned $\Psi(x, t)$ for $t > 0$.

c) Bestem sannsynlighetstettheten $\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)$ for $t > 0$.

d) Bestem sannsynlighetsstrømmen

$$j(x, t) = \text{Re} \left(\Psi^*(x, t) \frac{\hbar}{mi} \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} \right)$$

for $t > 0$. Hva blir $j(L/2, t)$, dvs midt i brønnen?

e) Regn ut $\partial \rho / \partial t$ og $-\partial j / \partial x$ hver for seg. Hvis disse to størrelsene er like, er det sannsynlig at du har regnet riktig i c) og d)!

Oppgave 2: Kvantemekaniske kommutatorer

Beregn følgende kvantemekaniske kommutatorer:

$$a) \left[\frac{1}{x}, \hat{p} \right] \qquad b) \left[x, \hat{L}_x \right]$$

$$c) \left[x, \hat{L}_y \right] \qquad d) \left[\hat{L}_x, \hat{L}_y \right]$$

(Fasitsvar: b) 0, c) $i\hbar z$, d) $i\hbar \hat{L}_z$)

Oppgave 3: Usikkerhet

a) Beregn $\Delta x \cdot \Delta p$ for grunntilstanden i den uendelig dype brønnen i oppgave 1. Kontroller at svaret er minst like stort som $\hbar/2$.

b) Beregn $\Delta x \cdot \Delta p$ for bølgefunksjonen

$$\Psi(x) = C e^{-\alpha x^2},$$

dvs for en gaussisk bølgefunksjon ved $t = 0$, med $\langle x \rangle = 0$ og $\langle p \rangle = 0$.