

FY6019 Moderne fysikk

①

Kap. 37 - 44 i Young & Freedman (YF)

37 Relativitetsteori. Dekkes i FY6015.

38, 39 Partikkel-bølge-dualisme.

40 Kvantemekanikk. Schrödingerligningen.

41 Atomer.

42 Molekyler. Faste stoffer. Anvendelser.

43 Kjernefysikk. Radioaktivitet.

44 Partikkelfysikk.

Sannsynlig plan:

Samling 1 og 2: YF 38 - 41

Selvstudium: YF 42 - 43

Orienteringsstoff: YF 44

Vurderingsordning: 100% hjemmeksamen

"Obligatoriske" øvinger

Kompetansemål VGS:

②

Bohrs atommodell

Spektrallinjer

Fotoelektrisk effekt

Compton - spredning

Partiklers bølgenatur

Heisenbergs uskarphetsrelasjon

Røntgen, ultralyd, magnetisk resonans

Fisjon, fusjon

Elementærpartikler.

Standardmodellen.

} YF44

Halvledere. Diode, transistor

} FY6018

Annen litteratur:

P.C. Hemmer

"Kvantemekanikk"

I. Øverbø

"Tillegg"

J.A.S.

Tarlenotater

} BB

Innledning til kvantemekanikk

(3)

[YF 38, 39 (37)]

Status, klassisk fysikk ca 1900 :

- Mekanikk. Newtons lover. Galileisk relativitet. [Galilei 1564-1642; Newton 1642-1727]
- Termodynamikk. Statistisk mekanikk. [W. Thomson (Lord Kelvin) 1824-1907; L. Boltzmann 1844-1906;]
- Elektromagnetisme. Maxwells ligninger. Lys er bølger. [Gauss, Ampere, Henry, Faraday, Hertz, Maxwell,]
- Atomer. Materie er partikler. Elektronet. "Rosinbollemodell". [J.J. Thomson 1856-1940, NP 1906]

NP : Nobelpris i fysikk, f.o.m. 1901

Problemer med klassisk fysikk, og teoretisk utvikling ca 1900-1923 : (4)

- Linjespektre : Absorpsjon og emisjon av EM stråling med bestemte bølgelengder.

Eksempler :

Na, $\lambda = 589 \text{ nm}$ (gult) [Melville 1752]

Mørke linjer i solspekteret (pga absorpsjon i atmosfæren) [Wollaston 1802 ; Fraunhofer 1814]

H, Balmerserien, 410, 434, 486 og 656 nm
(= Fraunhofers h, G', F og C)

J. Balmer 1885 : $\lambda = B \cdot \frac{n^2}{n^2 - 4}$; $n = 3, 4, 5, 6$;

$B = 364.5 \text{ nm}$

N. Bohr 1913, NP 1922 : Bohr-modellen
(mer om den senere)

- Lysfarten (i vakuum) er like stor i alle inertialsystemer, uansett deres relative bevegelse. Galileisk relativitet holder ikke for lys.

Exp: Michelson & Morley 1887

↑ NP 1907

Teori: A. Einstein 1905, Spesiell relativitetsteori (SR), litt mer om det senere.

- Stråling fra svart legeme:

EM stråling inn mot legeme absorberes, reflekteres og transmitteres, med andeler

$$a, r \text{ og } t \Rightarrow a + r + t = 1$$

Svart legeme: idealisering med $a = 1$

Ved termisk likevekt (konstant temperatur T)

må legemet absorbere og emittere like mye energi $\Rightarrow a = e = 1$; $e = \text{emissivitet}$

⑥

$j(T) = \int_0^{\infty} I(\nu, T) d\nu =$ utstrålt energi pr
tids- og flateenhet ; $\nu =$ frekvensen

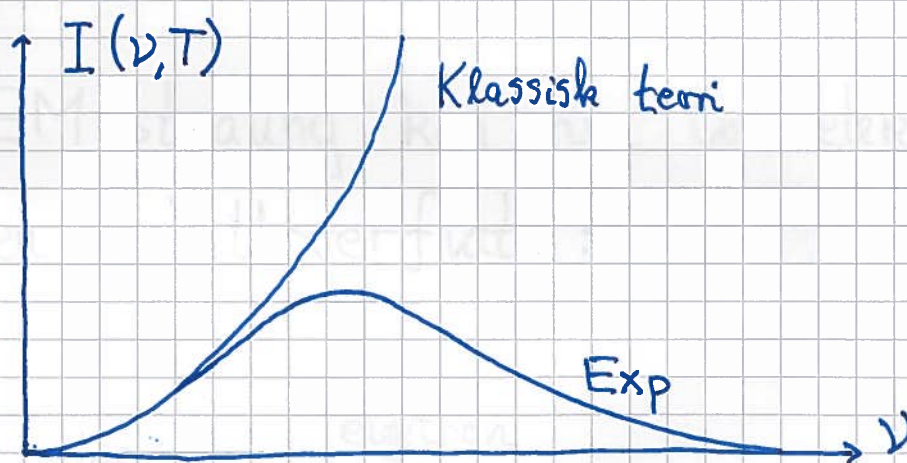
$I(\nu, T) =$ utstrålt effekt pr flate- og frekvensenhet

Klassisk teori gir Rayleigh - Jeans lov

$$I(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} k_B T$$

($c =$ lysfarten ; $k_B =$ Boltzmanns konstant)

som stemmer med eksperimenter for lave frekvenser
(dvs lange bølglengder λ), men ikke for høye ν :



"ultrafiolett katastrofen" :

$j(T) \rightarrow \infty$ med klassisk teori

Max Planck, 1900, NP 1918:

(7)

EM stråling med frekvens ν har kvantisert energi,

$$E = 0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots$$

Plancks kvantehypotese

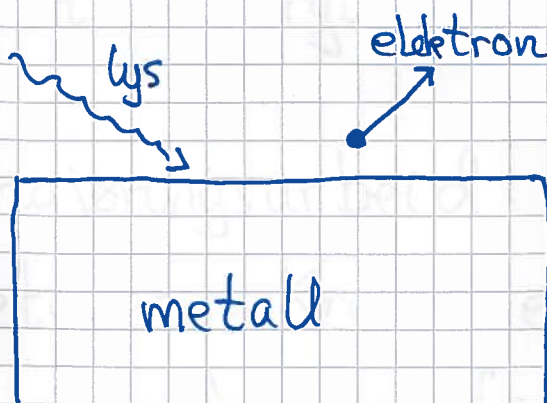
som gir

$$I(\nu, T) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

Plancks strålingslov

- Fotoelektrisk effekt:

EM stråling kan rive løs elektroner fra en metalloverflate:



Exp:

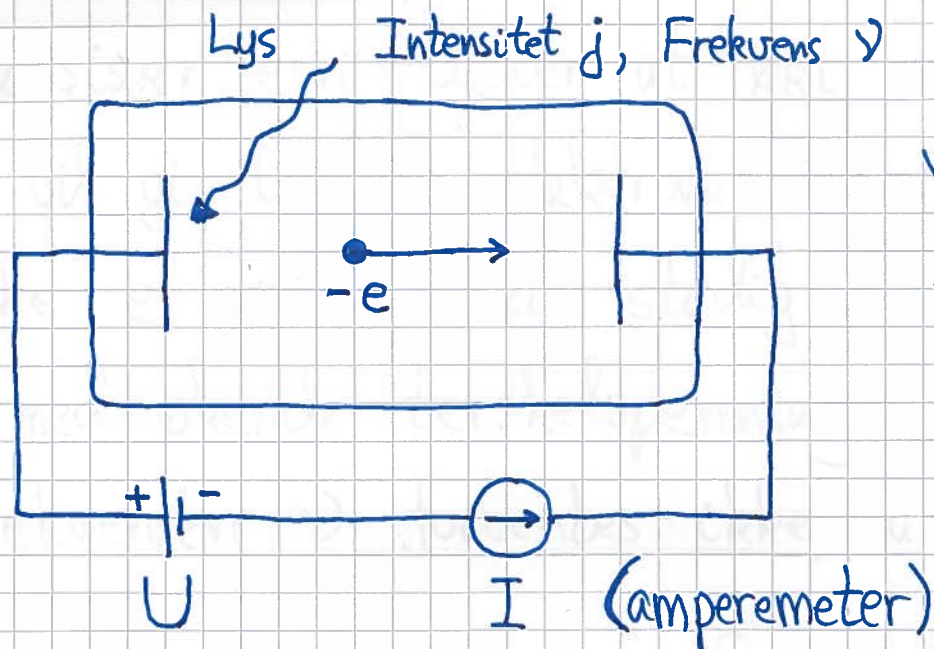
Hertz 1887

Lenard 1900

R. Millikan 1914

(NP 1923)

(8)



Terskelspanning : Noen løsrevne elektroner treffer den andre elektroden ; gir strøm I i kretsen. Trenger motspanning

$$U = K_{\max} / e$$

for å redusere I til null. Kaller U terskelspanningen. Her er $K_{\max}$ maksimal kinetisk energi for løsrevne elektroner.

Frigjøringsarbeid : Elektronene er bundet til metallet. Kreves en minsteenergi

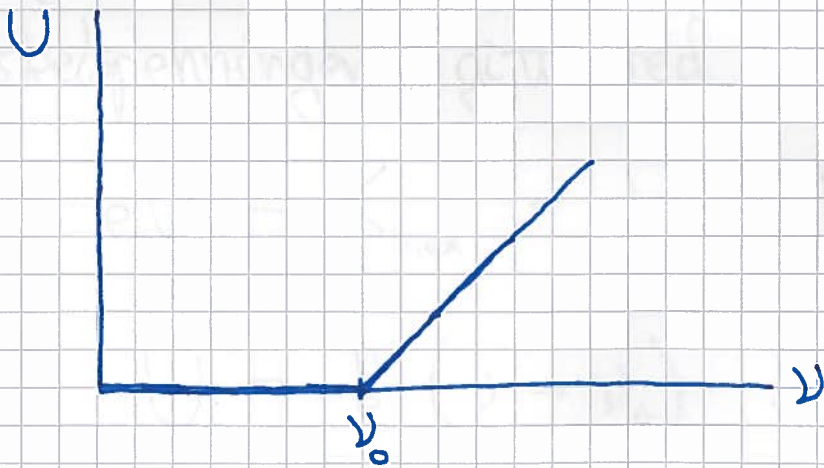
$W =$ frigjøringsarbeidet for å rive løs elektroner.

Klassisk teori tilsier at økt intensitet ⑨
j vil gi løsrevne elektroner (når liten intensitet
ikke er nok), med stadig økende $K_{\max}$ og
dermed økende terskelspenning U .
Frekvensen ν forventes ikke å påvirke U .

Ekperimentene gav $I = 0$ så lenge ν var
mindre enn en bestemt (materialavhengig)
terskel frekvens ν_0 , selv med økt intensitet.

Dvs: $U = 0$ så lenge $\nu < \nu_0$.

Hvis $\nu > \nu_0$, øker U lineært med ν .



Millikan 1914, NP 1923

Einstein forklarte resultatene med (10)

Plancks kvantehypotese: (1905, NP 1921)

Lysets energi kommer i "hele pakker" proporsjonale med frekvensen, $E = h\nu$, med h som innført av Planck. Et elektron i metallet kan bare absorbere hele energien $h\nu$. (Liten sannsynlighet for å absorbere to eller flere energipakker samtidig.)

Må nå ha $h\nu \geq W$ for å rive løs elektroner.

Med $h\nu > W$ får løsrevne elektroner kinetisk energi inntil $h\nu - W$. Dermed blir terskelspanningen gitt ved

$$eU = K_{\max} = h\nu - W$$

dvs

$$U = \frac{h}{e} (\nu - \nu_0) = \text{terskelspanning}$$

med

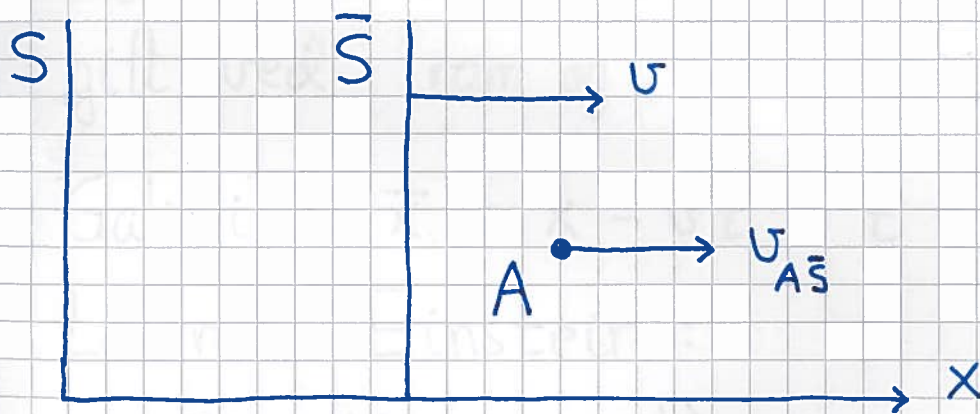
$$\nu_0 = W/h = \text{terskeelfrekvens}$$

Millikan målte $e \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ i 1909, slik at $U(\nu)$ gav exp. verdi for h ($\approx 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$)

- Einsteins spesielle relativitetsteori: (11)
Bygger på to postulater: (1905)

1. Relativitetsprinsippet: De samme naturlover gjelder i alle inertialsystemer. (Også formulert av Galilei mye tidligere.)
2. Lysfarten i vakuum er den samme for alle observatører, uavhengig av observatørens relative bevegelse.

Konsekvenser av disse postulatene:



S og $\bar{S}$ er to inertialsystemer ("koordinat-systemer") i relativ bevegelse:

$u = u_{\bar{S}S}$ = farten til $\bar{S}$ relativt S ,
dvs slik at omvendt er $u_{S\bar{S}} = -u$

- (12)
- Samtidighet er relativt: Samtidige hendelser i S er ikke samtidige i $\bar{S}$.
 - Tidsdilatasjon: Klokke i bevegelse går saktere enn klokke som er i ro.
 - Lengdekontraksjon: Objekter i bevegelse er kortere enn objekter i ro.
 - Galileisk relativitet holder ikke:

$$v_{AS} \neq v_{A\bar{S}} + v_{\bar{S}S}$$

- Nye regler for transformasjon av hendelser gitt ved "rom og tid" (x, y, z, t) .

Galilei: $\bar{x} = x - vt$; $\bar{t} = t$

Lorentz / Einstein:

$$\bar{x} = \gamma (x - vt)$$

$$\bar{t} = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

med

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$c = \text{lysfarten} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- (13)
- Nye uttrykk for impuls $\vec{p}$ og energi E , for å få prinsippene om impuls- og energibevarelse i samsvar med relativitetsprinsippet:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad ; \quad E = \gamma mc^2 = E_0 + K$$

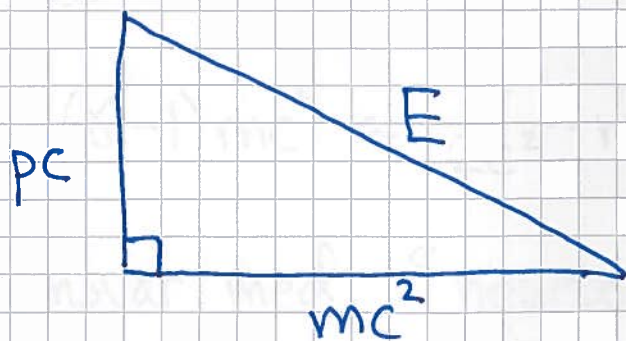
Hvilkeenergi: $E_0 = mc^2$

Kinetisk energi: $K = E - E_0 = (\gamma - 1)mc^2$

Gir sammenhengen

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

for partikkel med masse m , impuls p og energi E .



Eks: Lys; bølgelengde λ , frekvens ν og (bølge-)fart c . Er samtidig å betrakte som partikler (pga fotoelektrisk effekt). Siden $v = c$, vil $\gamma \rightarrow \infty$ for lyskvant (fotoner). Med $p = \gamma m v$ må vi da ha $m = 0$, for å unngå at $p \rightarrow \infty$. Med $m = 0$ blir $E = pc$. Med $c = \lambda \nu$ og $E = h\nu$ følger det at

$$p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$$

Eks: K for partikkel med $v \ll c$

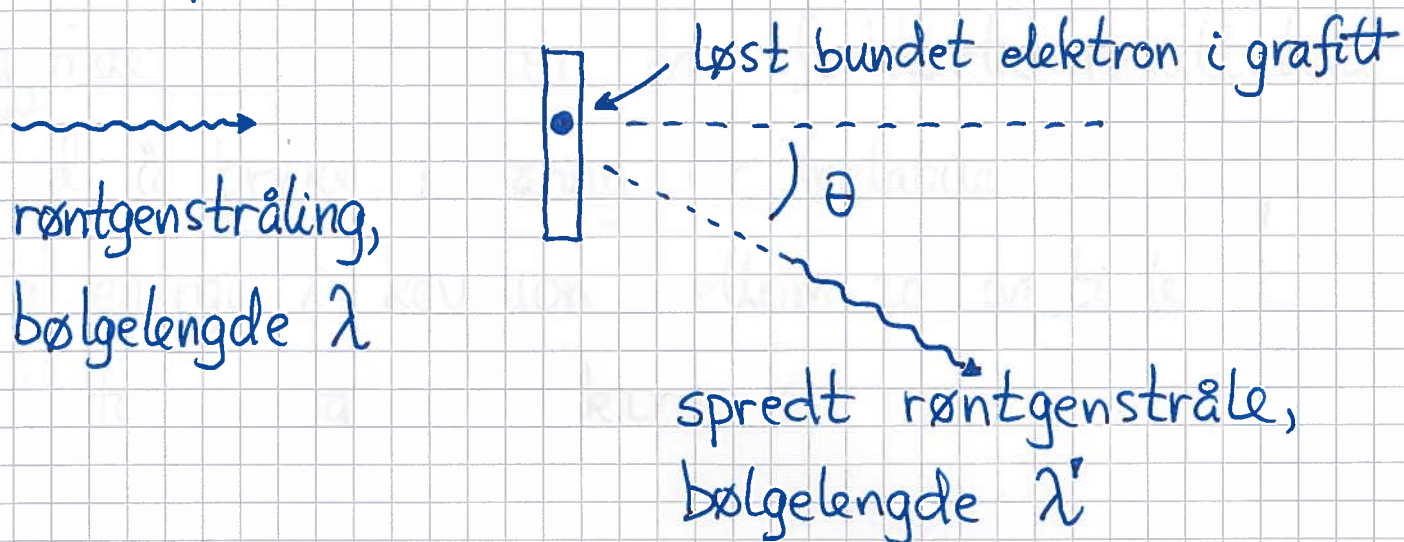
Med $v \ll c$ er $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$ slik at

$$K = (\gamma - 1)mc^2 \approx \frac{v^2}{2c^2} \cdot mc^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

i samsvar med "newton-mekanikk".

• Compton - effekten :

(15)



Klassisk teori :

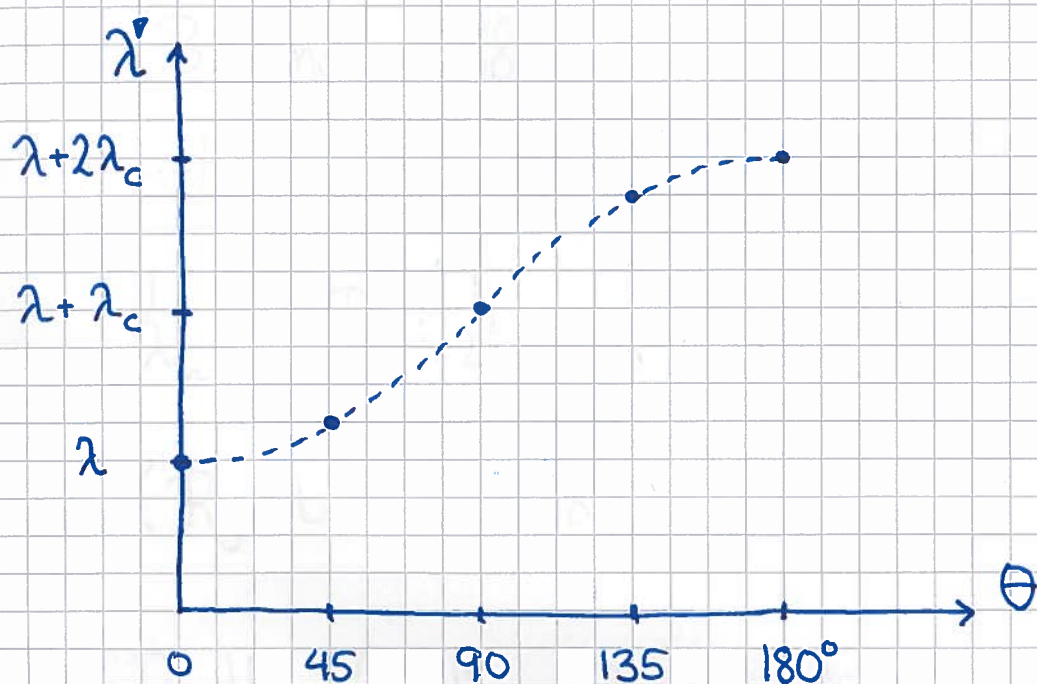
Røntgenstrålene er EM bølger med frekvens $\nu = c/\lambda$. EM-bølger har oscillerende elektrisk felt $\vec{E}(t)$ som gir oscillerende kraft $\vec{F}(t) = -e\vec{E}(t)$ på elektronet. Elektronet settes i svingninger med samme frekvens ν . I følge Maxwells ligninger vil en slik oscillerende ladning sende ut EM-bølger med frekvens ν .

Dermed bør spredt røntgenstråle ha samme bølgelengde som innkommende stråle, dvs $\lambda' = \lambda$; uavhengig av vinkelen θ .

A. H. Compton (1923, NP 1927)

(16)

gjorde eksperimenter og forklarte resultatene ved å bruke bevaring av (relativistisk) impuls og energi i kollisjon mellom to partikler, et foton og et elektron :



A. H. Compton,
Phys. Rev. 21,
483 (1923)

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \approx 2.4 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 0.024 \text{ \AA}$$

= compton-bølgelengden for elektronet

Et overbevisende resultat i favør av fotonbegrepet.

Bohr - modellen (1913, NP1922)

(17)

Bakgrunn for Niels Bohrs ideer:

- Balmerserien for H-atomet.

$$\lambda_n = B \frac{n^2}{n^2 - 4} ; B \approx 364.5 \text{ nm} ; n=3,4,5,6$$

(Balmer 1885)

ert.

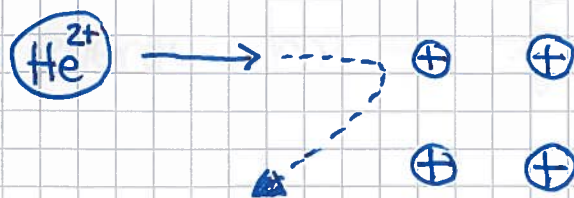
$$\frac{1}{\lambda_n} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) ; R = \frac{4}{B} \approx 10^7 \text{ m}^{-1}$$

(Rydberg 1888)

- Rutherfords atommodell (1911).

Atomenes positive ladning er samlet i en liten kjerne; ikke jevnt fordelt som i Thomsons modell.

Exp. motivert: α -partikler (He^{2+}) ble sendt mot tynn gullfolie. Noen ble sterkt avbøyd.



- Plancks kvantehypotese og Einsteins (18)
forklaring av fotoelektrisk effekt. Viste
at strålingsenergi opptrer i enheter av $h\nu$.

Bohrs postulater:

- Stasjonære tilstander, med bestemte energier. Klassisk fysikk tilsier at elektronet i H-atomet må tape energi i form av EM stråling, fordi det er i akselerert bevegelse. Dette må være forhindret.
- Kvantepresprang. Absorpsjon og emisjon av foton gir overgang for elektronet mellom stasjonære tilstander.

Balmerserien antyder at energinivåene i H-atomet er

$$E_n = - \frac{hcR}{n^2} \approx - \frac{13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

siden et foton har energi $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$.

- Elektronet går i klassiske sirkelbaner (19) rundt kjernen. [Stemmer ikke!]

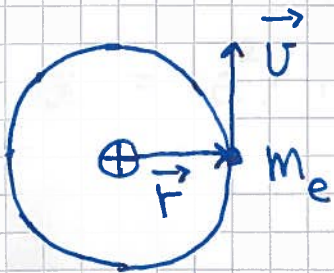
Newtons 2. lov, $F = m_e a$, med $a = v^2/r$

og $F = e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$ gir $v^2 = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e r$,

$K = \frac{1}{2} m_e v^2 = e^2/8\pi\epsilon_0 r$, og total energi

$$E = K + V = e^2/8\pi\epsilon_0 r - e^2/4\pi\epsilon_0 r = -e^2/8\pi\epsilon_0 r$$

- Elektronets dreieimpuls er kvantisert. [Stemmer!]



$$L = |\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = r m_e v$$

Bohrs forslag: $L = n\hbar$, med $n = 1, 2, 3, \dots$

og $\hbar = h/2\pi \approx 1.05 \cdot 10^{-34}$ Js ("h-strek")

[Stemmer ikke!]

Dermed:

$$L^2 = r^2 m_e^2 v^2 = r^2 m_e^2 e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e r = n^2 \hbar^2,$$

dvs sirkelbanene har radius

$$r_n = n^2 \cdot 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2 = n^2 \cdot a_0$$

der Bohr-radien er $a_0 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2 \approx 0.529 \text{ \AA}$

Energiniivåene:

(20)

$$E_n = -e^2 / 8\pi\epsilon_0 r_n = - \frac{m_e e^4 / 32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}{n^2} \approx \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

i samsvar med Balmers (og Rydbergs) formel!

Vi ser at $|E_n| \ll m_e c^2$ = elektronets hvileenergi:

$$E_n = -\frac{1}{2} \alpha^2 m_e c^2 / n^2$$

$$\alpha = e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c \approx 1/137 \quad (\text{finstrukturkonstanten})$$



- Riktige energiniivåer for hydrogen.
- L er kvantisert, og proporsjonal med $\hbar$, men $L=0$ i grunntilstanden for hydrogen, ikke $\hbar$ som i Bohrs modell.
- Bohr-modellen fungerte dårlig på andre atomer.
- Ideen om elektronet som klassisk partikkel i baner rundt kjernen måtte forkastes.