

FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Øving 4.

Oppgave 1

Diskretisert versjon av TUSL på de to punktene $n = 1$ og $n = 2$ blir

$$\begin{aligned} -\varepsilon(\psi_2 - 2\psi_1) &= E\psi_1 \\ -\varepsilon(\psi_1 - 2\psi_2) &= E\psi_2 \end{aligned}$$

med $\varepsilon \equiv \hbar^2/2m(\Delta x)^2$. Her har vi benyttet grensebetingelsene $\psi_0 = \psi_3 = 0$. Ikke-trivielle ($\psi_n \neq 0$) løsninger bare hvis

$$\begin{vmatrix} 2\varepsilon - E & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 2\varepsilon - E \end{vmatrix} = 0,$$

med løsninger $E = \varepsilon$ og $E = 3\varepsilon$. Riktig svar: D.

Oppgave 2

Ikke-trivielle løsninger bare hvis

$$\begin{vmatrix} 2\varepsilon - E & -\varepsilon & 0 \\ -\varepsilon & 2\varepsilon - E & -\varepsilon \\ 0 & -\varepsilon & 2\varepsilon - E \end{vmatrix} = 0,$$

med løsninger $E = 2\varepsilon$ og $E = (2 \pm \sqrt{2})\varepsilon$. Riktig svar: C.

Oppgave 3

$V(x)$ er symmetrisk om $x = 0$. Da er $\psi_1(x)$ også symmetrisk om $x = 0$, uten nullpunkter, og med $\psi_1 \rightarrow 0$ når $|x| \rightarrow \infty$. Da er 2 og 3 riktige. Riktig svar: B.

Oppgave 4

$\psi_2(x)$ er antisymmetrisk om $x = 0$. Da er 1, 4 og 5 riktige. Riktig svar: D.

Oppgave 5

$E_1 = V(\pm x_1) = F_0|x_1|$, slik at $|x_1| \simeq 1 \text{ eV}/0.8 \text{ nN} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Nm}/0.8 \cdot 10^{-9} \text{ N} = 0.2 \text{ nm}$, slik at det klassisk tillatte området i grunntilstanden er 0.4 nm. Riktig svar: D.

Oppgave 6

Kjøring av `singlewell.py` gir energiegenverdiene

$-4.959, -4.835, -4.629, -4.341, -3.970, -3.517, -2.982, -2.365$ og -1.665 eV

for de 9 laveste tilstandene. Her er potensialet satt lik -5 eV i brønnområdet. De 9 tilstandene tilsvarer med andre ord kinetiske energier

$0.041, 0.165, 0.371, 0.659, 1.030, 1.483, 2.018, 2.635$ og 3.335 eV .

Analytiske verdier er gitt som

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^2},$$

med n fra 1 til 9. I enheten eV blir dette (med $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ og $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ som i programmet)

$0.041, 0.166, 0.373, 0.664, 1.037, 1.493, 2.032, 2.654$ og 3.359 .

Bra samsvar, med andre ord. Det er som forventet at forskjellen mellom den numeriske og den analytiske verdien blir større med økende energiverdier, siden det i den numeriske beregningen ikke er en uendelig dyp potensialbrønn.