FY6019 2022

FORMLER OG UTTRYKK.

Formlenes gyldighetsområde og symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene. Vektorer med fete typer.

Dette formelarket kan inneholde et og annet som ikke er forelest pensum i 2022. Det er heller ikke komplett. Bruk forelesningsnotatene etter behov.

- Plancks strålingslov ($I_\nu(\nu, T)$ = utstrålt energi pr tids-, flate- og frekvensenhet):

$$I_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2\left(e^{h\nu/k_BT} - 1\right)}$$

- Stefan-Boltzmanns lov:

$$j = \sigma T^4$$

- Wiens forskyvningslov (for maksimal $I_\lambda(\lambda, T)$ ved gitt temperatur T):

$$\lambda \cdot T = 2.90 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Km}$$

  (Merk: På eksamen 15.12.22 er I_λ benevnt som $dj/d\lambda$ i oppgave 1.)

- Fotoelektrisk effekt:

$$U = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$

- Lorentzfaktor:

$$\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$$

- Relativistisk impuls:

$$\boldsymbol{p} = \gamma m \boldsymbol{v}$$

- Newtons 2. lov:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

- Relativistisk energi:

$$\begin{aligned} E &= \gamma mc^2 \\ E_0 &= mc^2 \\ K &= E - E_0 = (\gamma - 1)mc^2 \\ E^2 &= (pc)^2 + \left(mc^2\right)^2 \end{aligned}$$

- Elastisk prosess: E, $\boldsymbol{p}$, K og m bevart.
- Uelastisk prosess: E og $\boldsymbol{p}$ bevart.
- Bølger:

$$c = \lambda\nu$$

- de Broglie:

$$\lambda = h/p \ \ , \ \ \nu = E/h$$

- Termisk de Broglie bølgelengde:
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mk_BT}}$$
- Schrödingerligningen (SL):
$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \widehat{H}\Psi$$
- Tidsuavhengig Schrödingerligning (TUSL):
$$\widehat{H}\psi = E\psi$$
- Operatorer:
$$\widehat{p}_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \quad , \quad \widehat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \quad , \quad f(p) \to f(\widehat{p})$$
- Heisenbergs uskarphetsprinsipp:
$$\Delta x\Delta p \geq \hbar/2$$
$$\Delta x\Delta p \geq \frac{1}{2}\left|\langle[\widehat{x},\widehat{p}]\rangle\right|$$
- Kommutator:
$$[\widehat{x},\widehat{p}] = \widehat{x}\widehat{p} - \widehat{p}\widehat{x}$$
- Stasjonær tilstand:
$$\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$$
- Forventningsverdier:
$$\langle x\rangle = \int \Psi^* x\Psi dx \quad , \quad \langle p_x\rangle = \int \Psi^*\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\Psi dx \quad , \quad \langle F\rangle = \int \Psi^*\widehat{F}\Psi d\tau$$
- Bølgepakke:
$$\Psi(x,t) = \sum_j c_j\psi_j(x)e^{-iE_jt/\hbar} \quad , \quad c_j = \int \psi_j^*(x)\Psi(x,0)dx \quad , \quad \langle F\rangle = \sum_j |c_j|^2F_j$$
- Grensebetingelser:
$\psi(x)$ kontinuerlig overalt, $d\psi/dx$ diskontinuerlig kun ved ∞ sprang i $V(x)$
- Sannsynlighetsstrøm:
$$j = \mathrm{Re}\left[\Psi^*\left(\frac{\hbar}{mi}\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi\right]$$
- Usikkerhet (standardavvik):
$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2} \quad , \quad \Delta p = \sqrt{\langle p^2\rangle - \langle p\rangle^2}$$
- Ehrenfests teorem:
$$\frac{d}{dt}\langle\boldsymbol{r}\rangle = \frac{\boldsymbol{p}}{m} \quad , \quad \frac{d}{dt}\langle\boldsymbol{p}\rangle = -\langle\nabla V\rangle$$
- Harmonisk oscillator:
$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad ; \quad E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

- Stiv rotator:

$$E_l = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2I} \quad , \quad l = 0, 1, 2, \ldots \quad , \quad I \;=\; \text{treghetsmoment} \;=\; \sum_j m_j r_j^2$$

- Redusert masse μ:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \ldots$$

- Konstruktiv interferens:

$$d \sin\theta = n\lambda$$

Fundamentale konstanter:

$$
\begin{aligned}
k_B &= 1.381 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \\
N_A &= 6.022 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1} \\
h &= 6.626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \\
\hbar &= h/2\pi = 1.055 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \\
e &= 1.602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \\
m_e &= 9.109 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \\
m_p &= 1.673 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \\
m_n &= 1.675 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \\
u &= 1.661 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \\
c &= 2.998 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s} \\
\sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\,K^4} \\
\alpha &= e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c = 1/137.0 \\
a_0 &= 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/e^2 m_e = 0.5292\ \mathrm{Å} \\
\mu_B &= e\hbar/2m_e = 9.274 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{J/T} \\
\mu_N &= e\hbar/2m_p = 5.051 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{J/T} \\
R_\infty &= \frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^2 = 13.61\ \mathrm{eV}
\end{aligned}
$$

Omregningsfaktorer:

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{eV} &= 1.602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \\
1\ \mathrm{Å} &= 0.1\ \mathrm{nm} = 10^{-10}\ \mathrm{m} \\
1\ \mathrm{T} &= 10^4\ \mathrm{G\ (gauss)} \\
k_B T &\simeq \frac{1}{40}\ \mathrm{eV\ ved}\ T = 300\ \mathrm{K}
\end{aligned}
$$