FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2017.
Øving 2. Innleveringsfrist: Søndag 26. februar kl 23.59.

Oppgave 1: Partikkel i boks

En partikkel befinner seg i potensialet $V(x) = 0$ for $0 < x < L$ og $V(x) = \infty$ ellers (dvs en uendelig dyp potensialbrønn på intervallet $0 < x < L$). Ved tidspunktet $t = 0$ beskrives partikkelen av bølgefunksjonen

$$\Psi(x,0) = A\left(\sin\frac{\pi x}{L} + \sin\frac{2\pi x}{L}\right).$$

a) Bestem koeffisienten A slik at Ψ er normert.

b) Skriv ned $\Psi(x,t)$ for $t > 0$.

c) Bestem sannsynlighetstettheten $\rho(x,t) = |\Psi(x,t)|^2 = \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$ for $t > 0$.

d) Bestem sannsynlighetsstrømmen

$$j(x,t) = \mathrm{Re}\left(\Psi^*(x,t)\frac{\hbar}{mi}\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial x}\right)$$

for $t > 0$. Hva blir $j(L/2,t)$, dvs midt i brønnen?

e) Regn ut $\partial\rho/\partial t$ og $-\partial j/\partial x$ hver for seg. Hvis disse to størrelsene er like, er det sannsynlig at du har regnet riktig i *c*) og *d*)!

Oppgave 2: Kvantemekaniske kommutatorer

Beregn følgende kvantemekaniske kommutatorer:

a) $\left[\frac{1}{x}, \widehat{p}\right]$ *b*) $\left[x, \widehat{L}_x\right]$

c) $\left[x, \widehat{L}_y\right]$ *d*) $\left[\widehat{L}_x, \widehat{L}_y\right]$

(Fasitsvar: *b*) 0, *c*) $i\hbar z$, *d*) $i\hbar\widehat{L}_z$)

Oppgave 3: Usikkerhet

a) Beregn $\Delta x \cdot \Delta p$ for grunntilstanden i den uendelig dype brønnen i oppgave 1. Kontroller at svaret er minst like stort som $\hbar/2$.

b) Beregn $\Delta x \cdot \Delta p$ for bølgefunksjonen

$$\Psi(x) = C\,e^{-\alpha x^2},$$

dvs for en gaussisk bølgefunksjon ved $t = 0$, med $\langle x\rangle = 0$ og $\langle p\rangle = 0$.