

FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2015.
Løsningsforslag til øving 6.

Oppgave 1

Båndgapet i Ge er 0.67 eV. Det kjemiske potensialet (kalles også Fermivået eller Fermienergien) ligger midt i båndgapet. Regn ut sannsynlighetene for at en tilstand ved bunnen av ledningsbåndet er okkupert av et elektron ved temperaturene 300 K og 350 K. Regn også ut sannsynlighetene for at en tilstand ved toppen av valensbåndet er ledig (dvs okkupert av et hull) ved de samme temperaturene.

Dersom differansen $E - \mu$ er mye større enn termisk energi $k_B T$, kan vi trygt neglisjere 1-eren i nevneren i Fermi-Dirac-fordelingen når sannsynligheten $f(E)$ for å ha en tilstand med energi E okkupert av et elektron skal bestemmes. Her er $E - \mu = E_g/2 = 335$ meV, som er mye større enn $k_B T$ ved både 300 K (25.9 meV) og 350 K (30.2 meV). Dermed:

$$f(E_C; 300 \text{ K}) \simeq e^{-E_g/2k_B T} = 2.4 \cdot 10^{-6} \quad , \quad f(E_C; 350 \text{ K}) \simeq e^{-E_g/2k_B T} = 1.5 \cdot 10^{-5}.$$

Her er E_C energien ved bunnen av ledningsbåndet. Sannsynligheten for at en tilstand ved toppen av valensbåndet, med energi E_V , ikke er okkupert av et elektron (men derimot okkupert av et hull) er $1 - f(E_V)$. Siden $E_V = \mu - E_g/2$, har vi ganske enkelt $1 - f(E_V) = f(E_C)$, så disse sannsynlighetene blir de samme som over. (Se også oppgave 5.)

Oppgave 2

Doping av Ge med As gir et donornivå ca 10 meV under bunnen av ledningsbåndet. Hvis sannsynligheten, ved 300 K, er $4.4 \cdot 10^{-4}$ for at en tilstand ved bunnen av ledningsbåndet er okkupert av et elektron, hvor ligger da det kjemiske potensialet?

Vi må her løse ligningen

$$f(E_C) = 4.4 \cdot 10^{-4} = \left(e^{(E_C - \mu)/k_B T} + 1 \right)^{-1}$$

med hensyn på μ . Vi snur begge sider av likhetstegnet på hodet, trekker fra 1 på hver side, og tar ln på begge sider. Dette gir

$$7.728 = \frac{E_C - \mu}{k_B T},$$

som med $k_B T = 25.9$ meV gir

$$\mu = E_C - 200 \text{ meV}.$$

Kjemisk potensial (Fermivået) er her altså ca 0.2 eV under bunnen av ledningsbåndet.

Oppgave 3

Når rent Ge brukes som fotodetektor, hva er den maksimale bølgelengden på lys som kan detekteres? I hvilket område av det elektromagnetiske spekteret er vi da?

Fotonenergien må være minst like stor som båndgapet, 0.67 eV. Vi har $E = h\nu = hc/\lambda$, slik at $\lambda = hc/E \simeq 1.8 \mu\text{m}$. Dette er infrarødt lys.

Oppgave 4

Ved 290 K er metningsstrømmen gjennom en negativt forspent pn -diode ($U = -1.0$ V) lik $|I_0| = 0.5$ mA. Beregn strømmen ved de fire spenningene ± 1.0 mV og ± 100 mV. Over omtrent hvilket spenningsintervall vil du si at dioden følger Ohms lov?

En diode har IU -karakteristikken

$$I(U) = I_0 \left(e^{eU/k_B T} - 1 \right),$$

der $k_B T/e = 25$ mV ved 290 K. Her har vi gitt at $I_0 = 0.5$ mA, slik at $I(1 \text{ mV}) = 0.02$ mA, $I(-1 \text{ mV}) = -0.02$ mA, $I(100 \text{ mV}) = 27$ mA, $I(-100 \text{ mV}) = -0.49$ mA. Hvis eksponenten i e^x er mye mindre enn 1 (i absoluttverdi), kan vi gjøre tilnærmelsen $e^x = 1 + x$. Det betyr at dioden følger Ohms lov dersom $|eU/k_B T| \ll 1$, dvs $|U| \ll 25$ mV ved temperatur 290 K:

$$I(U) \simeq I_0 \cdot \frac{eU}{k_B T} = \frac{U}{R},$$

med resistansen $R = k_B T/I_0 e$, som her er ca 50 Ω .

Oppgave 5

I et metall har en tilstand med energi ΔE over Ferminivået sannsynligheten P for å være okkupert av et elektron. Vis at sannsynligheten da er $1 - P$ for at en tilstand med energi ΔE under Ferminivået er okkupert av et elektron. Tips: Bruk fri-elektron-modellen.

Vi har

$$P = f(\mu + \Delta E) = \frac{1}{e^{\Delta E/k_B T} + 1}.$$

Da følger det at

$$f(\mu - \Delta E) = \frac{1}{e^{-\Delta E/k_B T} + 1} = \frac{e^{\Delta E/k_B T}}{1 + e^{\Delta E/k_B T}} = 1 - P,$$

som vi skulle vise. Fermi-Dirac-fordelingen er med andre ord antisymmetrisk omkring punktet $(\mu, f(\mu)) = (\mu, 0.5)$.

Oppgave 6

Finn et eller flere eksempler på halvledermaterialer som kan egne seg til å lage lysemitterende dioder (og lasere) med henholdsvis rødt, grønt og blått lys. Hvorfor er det et poeng at materialet skal ha et direkte båndgap? Tips: $h\nu \simeq E_g$. (Se f.eks wikipedia, samt "Advanced Information"-artikkelen om Nobelprisen i fysikk 2014.)

Typiske bølgelengder for hhv rødt, grønt og blått lys er 700, 550 og 400 nm. Dette tilsvarer energier hhv 1.8, 2.2 og 3.1 eV. Noen materialer som kan brukes er hhv AlGaAs (R), GaP (G) og InGaN (B). Se side 128 – 129 i notatene for poenget med direkte båndgap.

Oppgave 7

En pn -solcelle har ved 290 K en metningsstrøm $|I_0| = 5$ nA. Ved en viss belysning leverer den kortsluttede solcellen en fotostrøm $I_\nu = 50$ mA. Hva er solcellens polspenning U_{oc} med åpen krets, $I = 0$? Solcellen kobles til ei lyspære som kan betraktes som en ideell resistans R . Hvor stor bør lyspæras resistans R være for at solcellen skal levere maksimal effekt $P = UI$? Tips: Regn først ut spenningen U som gir maksimal

P . Gjøtt på en U -verdi litt mindre enn U_{oc} og gjenta ("iterer") ligningen nederst s 126 til du har U med 3 gjeldende siffer. Alternativ: Grafisk løsning.

Under belysning genereres det stadig elektron–hull–par, og dersom dioden nå kortsluttes, vil det gå en "fotostrøm" i kretsen, her oppgitt å være $I_\nu = 50$ mA. Dersom kretsen er åpen, vil det selvsagt ikke gå noen netto strøm i kretsen, som betyr at I_ν presis må kansellere diodestrømmen I_{pn} som *ville ha gått* uten belysning, men med spenningen U_{oc} over dioden. Med andre ord:

$$I_\nu = I_0 \left(e^{eU_{oc}/k_B T} - 1 \right),$$

som løst mhp åpen–krets–spenningen gir

$$U_{oc} = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{I_\nu}{I_0} + 1 \right).$$

Hvis, som her, $I_\nu \gg I_0$, kan vi neglisjere 1-eren. Dermed:

$$U_{oc} = 25 \text{ mV} \cdot \ln(50 \cdot 10^{-3} / (5 \cdot 10^{-9})) = 403 \text{ mV}.$$

Utrekningen side 126 i notatene viser at solcellen vil levere maksimal effekt til f.eks ei lyspære dersom spenningen U oppfyller ligningen

$$U = U_{oc} - \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{eU}{k_B T} \right).$$

Iterativ løsning med startverdi $U_1 = 350$ mV gir $U_2 = 337$ mV, $U_3 = 338$ mV, $U_4 = U_5 = \dots = 338$ mV. Dette gir en nettostrøm

$$I = I_\nu - I_0 \left(e^{eU/k_B T} - 1 \right) = 46 \text{ mA}.$$

Effekt: $P = UI = 16$ mW. Lyspæra må ha resistans $R = U/I = 7.3 \Omega$.