FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2017.
Løsningsforslag til øving 6.

Oppgave 1

Dersom differansen $E - \mu$ er mye større enn termisk energi $k_B T$, kan vi trygt neglisjere 1–eren i nevneren i Fermi–Dirac–fordelingen når sannsynligheten $f(E)$ for å ha en tilstand med energi E okkupert av et elektron skal bestemmes. Her er $E - \mu = E_g/2 = 335$ meV, som er mye større enn $k_B T$ ved både 300 K (25.9 meV) og 350 K (30.2 meV). Dermed:

$$f(E_C; 300\,\mathrm{K}) \simeq e^{-E_g/2k_BT} = 2.4 \cdot 10^{-6} \quad , \quad f(E_C; 350\,\mathrm{K}) \simeq e^{-E_g/2k_BT} = 1.5 \cdot 10^{-5}.$$

Her er E_C energien ved bunnen av ledningsbåndet. Sannsynligheten for at en tilstand ved toppen av valensbåndet, med energi E_V, ikke er okkupert av et elektron (men derimot okkupert av et hull) er $1 - f(E_V)$. Siden $E_V = \mu - E_g/2$, har vi ganske enkelt $1 - f(E_V) = f(E_C)$, så disse sannsynlighetene blir de samme som over. (Se også oppgave 5.)

Oppgave 2

Vi må her løse ligningen

$$f(E_C) = 4.4 \cdot 10^{-4} = \left(e^{(E_C - \mu)/k_BT} + 1\right)^{-1}$$

med hensyn på μ. Vi snur begge sider av likhetstegnet på hodet, trekker fra 1 på hver side, og tar ln på begge sider. Dette gir

$$7.728 = \frac{E_C - \mu}{k_B T},$$

som med $k_B T = 25.9$ meV gir

$$\mu = E_C - 200\ \mathrm{meV}.$$

Kjemisk potensial (Ferminivået) er her altså ca 0.2 eV under bunnen av ledningsbåndet.

Oppgave 3

Fotonenergien må være minst like stor som båndgapet, 0.67 eV. Vi har $E = h\nu = hc/\lambda$, slik at $\lambda = hc/E \simeq 1.8\,\mu$m. Dette er infrarødt lys.

Oppgave 4

En diode har IU-karakteristikken

$$I(U) = I_0 \left(e^{eU/k_BT} - 1\right),$$

der $k_B T/e = 25$ mV ved 290 K. Her har vi gitt at $I_0 = 0.5$ mA, slik at $I(1\,\mathrm{mV}) = 0.02$ mA, $I(-1\,\mathrm{mV}) = -0.02$ mA, $I(100\,\mathrm{mV}) = 27$ mA, $I(-100\,\mathrm{mV}) = -0.49$ mA. Hvis eksponenten i e^x er mye mindre enn 1 (i absoluttverdi), kan vi gjøre tilnærmelsen $e^x = 1 + x$. Det betyr at dioden følger Ohms lov dersom $|eU/k_BT| \ll 1$, dvs $|U| \ll 25$ mV ved temperatur 290 K:

$$I(U) \simeq I_0 \cdot \frac{eU}{k_BT} = \frac{U}{R},$$

med resistansen $R = k_B T / I_0 e$, som her er ca 50 Ω.

Oppgave 5

Vi har

$$P = f(\mu + \Delta E) = \frac{1}{e^{\Delta E / k_B T} + 1}.$$

Da følger det at

$$f(\mu - \Delta E) = \frac{1}{e^{-\Delta E / k_B T} + 1} = \frac{e^{\Delta E / k_B T}}{1 + e^{\Delta E / k_B T}} = 1 - P,$$

som vi skulle vise. Fermi–Dirac–fordelingen er med andre ord antisymmetrisk omkring punktet $(\mu, f(\mu)) = (\mu, 0.5)$.

Oppgave 6

Typiske bølgelengder for hhv rødt, grønt og blått lys er 700, 550 og 400 nm. Dette tilsvarer energier hhv 1.8, 2.2 og 3.1 eV. Noen materialer som kan brukes er hhv AlGaAs (R), GaP (G) og InGaN (B). Se side 128 – 129 i notatene for poenget med direkte båndgap.

Oppgave 7

Under belysning genereres det stadig elektron–hull–par, og dersom dioden nå kortsluttes, vil det gå en "fotostrøm" i kretsen, her oppgitt å være $I_\nu = 50$ mA. Dersom kretsen er åpen, vil det selvsagt ikke gå noen netto strøm i kretsen, som betyr at I_ν presis må kansellere diodestrømmen I_{pn} som *ville ha gått* uten belysning, men med spenningen U_{oc} over dioden. Med andre ord:

$$I_\nu = I_0 \left(e^{eU_{oc}/k_B T} - 1 \right),$$

som løst mhp åpen–krets–spenningen gir

$$U_{oc} = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{I_\nu}{I_0} + 1 \right).$$

Hvis, som her, $I_\nu \gg I_0$, kan vi neglisjere 1–eren. Dermed:

$$U_{oc} = 25\,\text{mV} \cdot \ln(50 \cdot 10^{-3} / (5 \cdot 10^{-9})) = 403\,\text{mV}.$$

Utregningen side 126 i notatene viser at solcellen vil levere maksimal effekt til f.eks ei lyspære dersom spenningen U oppfyller ligningen

$$U = U_{oc} - \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{eU}{k_B T} \right).$$

Iterativ løsning med startverdi $U_1 = 350$ mV gir $U_2 = 337$ mV, $U_3 = 338$ mV, $U_4 = U_5 = \ldots = 338$ mV. Dette gir en nettostrøm

$$I = I_\nu - I_0 \left(e^{eU/k_B T} - 1 \right) = 46\,\text{mA}.$$

Effekt: $P = UI = 16$ mW. Lyspæra må ha resistans $R = U/I = 7.3\,\Omega$.