

FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Øving 6

Oppgave 1: Partikkel i boks

En partikkel befinner seg i potensialet $V(x) = 0$ for $0 < x < L$ og $V(x) = \infty$ ellers (dvs en uendelig dyp potensialbrønn på intervallet $0 < x < L$). Ved tidspunktet $t = 0$ beskrives partikkelen av bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = A \left(\sin \frac{\pi x}{L} + \sin \frac{2\pi x}{L} \right).$$

a) Bestem koeffisienten A slik at Ψ er normert.

b) Skriv ned $\Psi(x, t)$ for $t > 0$.

c) Bestem sannsynlighetstettheten $\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)$ for $t > 0$.

d) Bestem sannsynlighetsstrømmen

$$j(x, t) = \text{Re} \left(\Psi^*(x, t) \frac{\hbar}{mi} \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} \right)$$

for $t > 0$. Hva blir $j(L/2, t)$, dvs midt i brønnen?

e) Regn ut $\partial \rho / \partial t$ og $-\partial j / \partial x$ hver for seg. Hvis disse to størrelsene er like, er det sannsynlig at du har regnet riktig i c) og d)!

Oppgave 2: Tunneleffekt

Elektroner med kinetisk energi 0.15 eV sendes inn mot en potensialbarriere med konstant høyde $V_0 = 0.30$ eV og bredde $L = 10$ Å. Hvor stor andel av elektronene transmitteres gjennom barrieren? Hvor stor blir den transmitterte andelen dersom bredden økes til 40 Å?

Bundne tilstander for elektronet i hydrogenatomet angis med de 3 kvantetallene n , l og m_l :

$$\psi_{nlm_l} = R_{nl}(r) Y_{lm_l}(\theta, \phi).$$

Her ser vi nærmere på et par av disse.

Oppgave 3: Grunntilstanden i hydrogenatomet

Grunntilstanden, den såkalte $1s$ -tilstanden er

$$\psi_{100} = R_{10}(r) Y_{00}(\theta, \phi),$$

med radialdel

$$R_{10}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

og en *konstant* vinkeldel

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}.$$

Anta at elektronet befinner seg i denne tilstanden.

- a) Hva er elektronets dreieimpuls?
- b) Hva er elektronets energi?
- c) Hvor er det størst sannsynlighet for å finne elektronet?

Oppgave 4: $2p_z$ -tilstanden i hydrogenatomet

En av tilstandene med hovedkvantetall $n = 2$ er $2p_z$ -tilstanden

$$\psi_{210} = R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \phi),$$

med radialdel

$$R_{21}(r) = \frac{1}{2\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$$

og vinkeldel

$$Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{z}{r},$$

med $z/r = \cos\theta$. Anta at elektronet befinner seg i denne tilstanden.

- a) Hva er elektronets dreieimpuls? Hva er dreieimpulsens z -komponent?
- b) Hva er elektronets energi?
- c) For en gitt avstand r fra origo (kjernen), i hvilken/hvilke retning(er) er det størst sannsynlighet for å finne elektronet?
- d) Hvor er det størst sannsynlighet for å finne elektronet?