

FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.

Løsningsforslag til øving 11.

1. La oss bruke $c = 3.0 \cdot 10^8$ m/s, slik at $v = 2.5c/3 \simeq 0.83c$. Det gir en lorentzfaktor $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \simeq 1.81$, slik at protonets kinetiske energi er $K = (\gamma - 1)m_p c^2 \simeq 0.81m_p c^2$. Med klassisk ikke-relativistisk mekanikk er kinetisk energi $K_{\text{klassisk}} = m_p v^2/2 \simeq 0.35m_p c^2$. Vi ”bommer” altså med omtrent en faktor 2 (evt 1/2).

2. Bohr: $L_B = n\hbar$. Schrödinger: $L_S = \sqrt{l(l+1)}\hbar$, $l=0, 1, \dots, n-1$. Forholdet mellom L_B og maksimal L_S er dermed $n/\sqrt{(n-1)n}$, som for $n=1$ blir uendelig, og som for $n=4$ blir 1.15.

3. $(e^{-\alpha x})'' = (-\alpha)^2 e^{-\alpha x} = \alpha^2 e^{-\alpha x}$, så svaret er JA, og egenverdien er α^2 .

4. $(e^{-\alpha x^2})'' = (4\alpha^2 x^2 - 2\alpha)e^{-\alpha x^2}$, så svaret er NEI.

5. Med valget $V=0$ på bakken ($z=0$) er $V(z) = mgz$ slik at

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + mgz$$

6. $K_{\min} = E_1 = \hbar^2 \pi^2 / 2m_e L^2 = 2.39 \cdot 10^{-21}$ J, som er ca 15 meV.

7. $\lambda_4 = L/2 = 25$ Å.

8. I et klassisk forbudt område er total energi E mindre enn potensialet V .

9. Ortonormerte betyr ortogonale og normerte:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x) \psi_k(x) dx = \delta_{nk}$$

der $\delta_{nk} = 1$ hvis $n = k$ og null ellers.

10. Kvantisering av en fysisk størrelse i klassisk mekanikk innebærer å erstatte komponenter av impulsen med operatorer, f eks $p_x \rightarrow \hat{p}_x = (\hbar/i)\partial/\partial x$, mens posisjonskoordinater beholdes uforandret (dvs operatorene for disse er koordinatene selv). I klassisk mekanikk er $L_y = (\mathbf{r} \times \mathbf{p})_y = zp_x - xp_z \rightarrow (\hbar/i)(z\partial/\partial x - x\partial/\partial z)$.

11. I en $4f$ -tilstand er hovedkvantetallet $n=4$ og dreieimpulskvantetallet $l=3$. Da kan det magnetiske kvantetallet ha verdiene $m_l = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, i alt 7 muligheter. Følgelig er det 7 ulike $4f$ -tilstander.

12. Pauliprinsippet sier at det maksimalt kan finnes seg ett elektron i en gitt kvantetilstand, siden elektroner er fermioner. I et system med to eller flere elektroner må derfor alle elektronene okkupere ulike enpartikkeltilstander. Det betyr f eks at systemets grunntilstand tilsvarer at de N elektronene befinner seg i de N enpartikkeltilstandene med lavest mulig energi, ett i hver.

13. Hundts regel innebærer at vi i delvis fylte skall okkuperer tilstander slik at totalspinn blir maksimalt. For fosforatomet betyr det at de 3 elektronene i $3p$ -tilstander har parallelle spinn, slik at atomet får totalspinn $3/2$. (Spinn $1/2$ pr elektron.) De 12 resterende elektronene inngår parvis med motsatt spinn i romlige orbitaler og gir null bidrag til totalspinn.

14. Med 14 atomer har molekylet $3 \cdot 14 - 6 = 36$ ulike normale moder (vibrasjonsmoder).

15. Metaller har null båndgap.

16. Halvlederen kan absorbere fotoner med energi minst like stor som båndgapet. Her må derfor bølgelengden være maksimalt lik $hc/E_g \simeq 800$ nm.