

FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Øving 3.

Oppgave 1

$$c_1 = \int_0^L \psi_1(x) \Psi(x, 0) dx = \frac{2}{\sqrt{3}L} \int_0^L \sin(\pi x/L) (1 - \cos(2\pi x/L)) dx.$$

Skriver om produktet av sinus og cosinus ved hjelp av Eulers formel:

$$\sin(\pi x/L) \cos(2\pi x/L) = (1/2i)(e^{i\pi x/L} - e^{-i\pi x/L}) \cdot (1/2)(e^{2i\pi x/L} - e^{-2i\pi x/L}).$$

Ganger ut og ser at dette er det samme som

$$(1/2)(\sin(3\pi x/L) - \sin(\pi x/L)).$$

Da har vi bare standard-integraler, og resultatet blir

$$c_1 = \frac{16}{3\pi\sqrt{3}}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 2

Siden $\Psi(x, 0)$ er symmetrisk i boksen, og ψ_n med n partall er antisymmetriske, er $c_2 = c_4 = \dots = 0$.

Riktig svar: A.

Oppgave 3

$\lambda = hc/(E_3 - E_1)$, som med $E_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$ og $E_3 = 9\pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$ gir $\lambda = hcmL^2 / 4\pi^2 \hbar^2 \simeq 60 \mu\text{m}$.

Riktig svar: E.

Oppgave 4

Absoluttkvadratet av $\Psi(x, t)$ blir på formen $f(x) + g(x) \cos\left(\frac{(E_3 - E_1)t}{\hbar}\right)$, som oscillerer med periode $T = 2\pi\hbar/(E_3 - E_1) = mL^2/\hbar \simeq 0.2 \text{ ps}$. Riktig svar: B.

Oppgave 5

Sannsynligheten for å måle E_3 er $|c_3|^2$, der

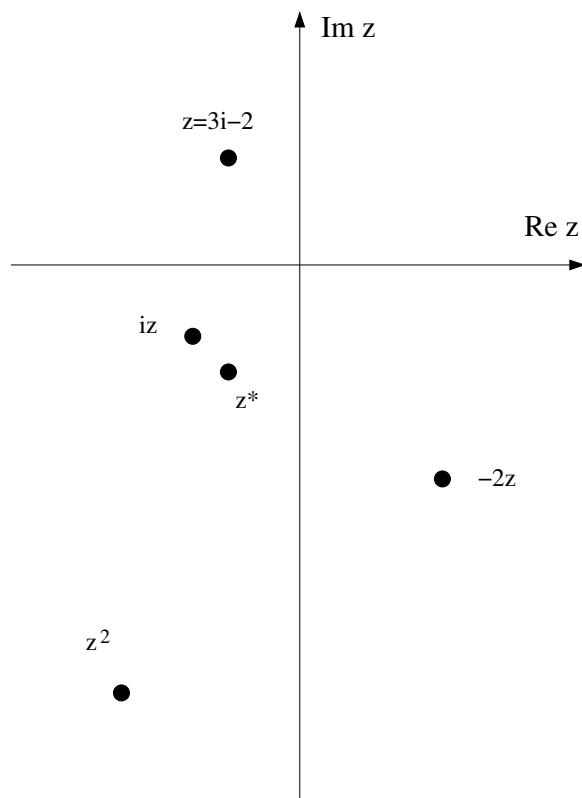
$$c_3 = \int_0^L \psi_3^*(x) \Psi(x, 0) dx = 8\sqrt{15}/(3\pi)^3,$$

der integralene løses ved hjelp av delvis integrasjon. Dermed er $|c_3|^2 = 1.37 \cdot 10^{-3}$. Riktig svar: E.

Oppgave 6

Siden $\psi_4(x)$ er antisymmetrisk og $\Psi(x, 0)$ er symmetrisk (om $L/2$), blir $c_4 = 0$. Riktig svar: A.

Oppgave 7



$$\begin{aligned}
 |z| &= \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \\
 |z|^2 &= 13 \\
 |z^2| &= |-5 - 12i| = \sqrt{25 + 144} = 13 \\
 \phi &= \arctan(2/3) + 90^\circ \simeq 124^\circ
 \end{aligned}$$

Oppgave 8

$$z^* z = (\operatorname{Re} z - i \operatorname{Im} z)(\operatorname{Re} z + i \operatorname{Im} z) = (\operatorname{Re} z)^2 + (\operatorname{Im} z)^2 = |z|^2$$