

FY6019 Moderne fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Øving 9.

1

$$E = hc/\lambda = 2.71 \cdot 10^{-15} \text{ J} = 17 \text{ keV}$$

2

$$\text{Molekylets masse er } (12 \cdot 60 + 19 \cdot 48) \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} = 2.71 \cdot 10^{-24} \text{ kg slik at } \lambda = h/\sqrt{3mk_B T} = 2.6 \text{ pm}$$

3

$$\text{Midlere translasjonsenergi er } 3k_B T/2 \text{ (3 kvadratiske frihetsgrader), slik at } v_{\text{rms}} = \sqrt{3k_B T/m} = 92 \text{ m/s}$$

4

Midlere rotasjonsenergi pr molekyl er $3k_B T/2$, det samme som midlere translasjonsenergi. Ved 560 K er dette 72 meV

5

$$\text{Total energi: } E = K + m_p c^2 = 1189 \text{ MeV. Fra } E^2 = (pc)^2 + (m_p c^2)^2 \text{ følger det at impulsen er } p = (1/c)\sqrt{E^2 - (m_p c^2)^2} = 729 \text{ MeV}/c, \text{ eventuelt } 3.9 \cdot 10^{-19} \text{ kg m/s}$$

6

Masse ^{32}U gir hvileenergi ca 30 GeV, og dermed total energi ca 55 GeV. Impulsen kvadrert blir da $p^2 = 2125 \text{ GeV}^2/c^2$. Omskriving av uttrykket for relativistisk impuls gir $v^2/c^2 = 1/(1 + (mc/p)^2)$ hvorefter innsetting av tallverdiene $mc = 30 \text{ GeV}/c$ og utregnet verdi for p^2 til slutt gir $v/c \simeq 0.838$, dvs $v \simeq 2.5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

7

Dette er partikkel i boks, med boksbredde $L = 6.5 \text{ nm}$. Kvantiserte energinivåer er $E_n = n^2 \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$. Dermed: $\lambda = hc/(E_2 - E_1) = 47 \mu\text{m}$

8

Absoluttkvadratet av $\psi(x, t)$ blir på formen $f(x) + g(x) \cos\left(\frac{(E_3 - E_1)t}{\hbar}\right)$, som oscillerer med frekvens $f = 1/T = (E_3 - E_1)/2\pi\hbar = 17 \text{ THz}$

9

Siden $\psi_1(x)$ er symmetrisk mens $\Psi(x, 0)$ er antisymmetrisk (om $L/2$), blir $c_1 = 0$

10

Sannsynligheten for å måle E_2 er $|c_2|^2$, der

$$c_2 = \int_0^L \psi_2^*(x) \Psi(x, 0) dx.$$

Med $\psi_2^*(x) = \psi_2(x) = \sqrt{2/L} \sin(2\pi x/L)$ og $\Psi(x, 0)$ som oppgitt i oppgave 9 har vi

$$c_2 = (\sqrt{32}/L) \cdot \int_{3L/8}^{4L/8} \sin(2\pi x/L) dx = (\sqrt{8}/\pi) \cdot (1 - 1/\sqrt{2}) = 0.2637.$$

Dermed er $|c_2|^2 = 0.0695 \simeq 7\%$

11

Total energi: $E = K + m_e c^2 = 1.3 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Impuls: $p = (1/c)\sqrt{E^2 - (m_e c^2)^2} = 3.36 \cdot 10^{-22} \text{ kg m/s} = 630 \text{ keV}/c$

12

Coulombpotensialet er $V(r) = -e^2/4\pi\epsilon_0 r$, og i Bohr-modellen er total energi $E = -e^2/8\pi\epsilon_0 r$ (som med $r = a_0$ gir -13.6 eV). Dermed er $K = e^2/8\pi\epsilon_0 r = -V/2$