Lørdagsverksted i fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2007.
Veiledning: 8. september kl 12:15 – 15:00.

Løsningsforslag til øving 1: Bevegelse. Vektorer. Enheter.

Oppgave 1

a) Strekningen er $s = 800$ m og tiden brukt er $t = 160$ s, slik at gjennomsnittsfarten blir

$$v = \frac{s}{t} = \frac{800\,\mathrm{m}}{160\,\mathrm{s}} = 5\,\mathrm{m/s}$$

Siden 1 m = 10^9 nm (nanometer) og 1 s = $10^6\,\mu$s (mikrosekund), har vi alternativt

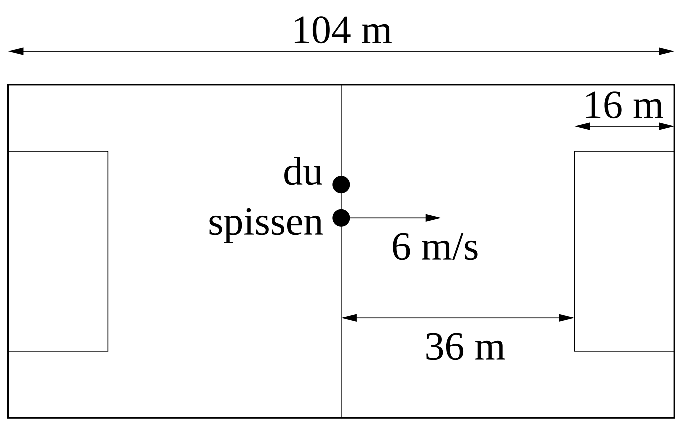
$$v = 5 \cdot \frac{10^9\,\mathrm{nm}}{10^6\,\mu\mathrm{s}} = 5000\,\mathrm{nm}/\mu\mathrm{s}$$

Videre er 1 m = 10^{-3} km og 1 s = $(3600)^{-1}$ h (h = hour = time), som betyr at

$$v = 5 \cdot \frac{10^{-3}\,\mathrm{km}}{(3600)^{-1}\,\mathrm{h}} = 18\,\mathrm{km/h}$$

b) Kulas hastighetsvektor må peke i samme retning som forflytningen, nedover fra 1 til 2. Følgelig er alternativ C riktig.

c) Dette er situasjonen:



Spissen bruker $t_s = s/v_s = (36\text{ m})/(6\text{ m/s}) = 6$ s på å nå fram til 16-meteren. Du kan altså ikke bruke mer tid enn dette på samme distanse. Sammenhengen mellom din akselerasjon a (som her skal være konstant) og din hastighet v er

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Vi ganger med dt og integrerer på begge sider for å finne hastigheten $v(t)$ ved tidspunktet t:

$$\int_0^v dv = \int_0^t a\,dt \quad \Rightarrow \quad v(t) = at$$

Sammenhengen mellom din posisjon x (der $x = 0$ på midtbanen og $x = s = 36$ m på 16-meteren) og din hastighet v er

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Vi setter inn $v = at$ på venstre side, ganger med dt på begge sider, og integrerer på begge sider:

$$\int_0^s dx = \int_0^{t_s} at \cdot dt \quad \Rightarrow \quad s = \frac{1}{2}at_s^2$$

Her er $s = 36$ m og $t_s = 6$ s, så vi finner

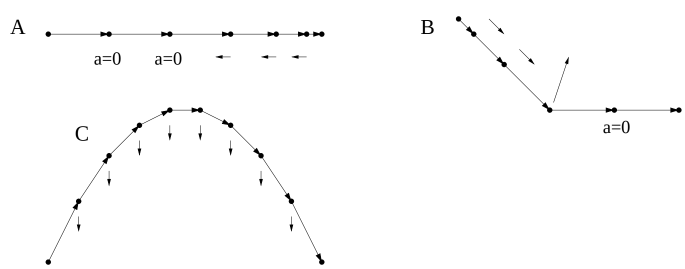
$$a = \frac{2s}{t_s^2} = \frac{72}{36}\,\mathrm{m/s^2} = 2\,\mathrm{m/s^2}$$

Kommentar: Du får nok ikke plass på landslaget. Toppfarten ser det ikke ut til å være noe i veien med, men *rykket* er for dårlig.

d) Ser vi på et vilkårlig punkt n i et slik bevegelsesdiagram, vil pilen fra punkt n til punkt $n+1$ representere midlere (dvs gjennomsnittlige) hastighet $\boldsymbol{v}_n$ på denne strekningen, ettersom tidsintervallet Δt mellom to påfølgende punkter er konstant. La oss for enkelhets skyld sette $\Delta t = 1$. Da vil midlere akselerasjon $\boldsymbol{a}_n$ på bevegelsen fra $n-1$ til $n+1$ kunne skrives

$$\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{v}_n - \boldsymbol{v}_{n-1}$$

og vi kan tegne inn akselerasjonspiler i de tre diagrammene:

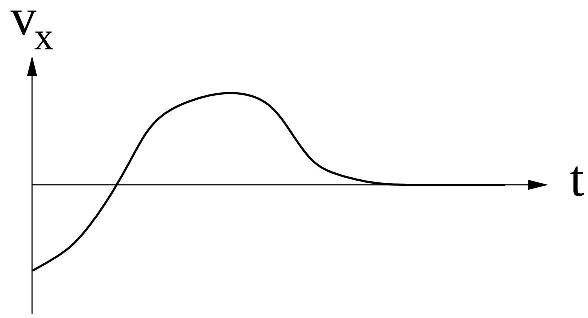


Eksempler på situasjoner som kan ha slike bevegelsesdiagram:
A: Bil som bremser med konstant akselerasjon.
B: Kloss som sklir ned bakke uten friksjon.
C: Ball som kastes på skrå oppover i tyngdefeltet.

e) Diagrammet viser at bevegelsen starter i en posisjon $x > 0$, og at den foregår med konstant negativ hastighet langs x-aksen. Graf C passer med dette.

f) Vi har at $v_x(t) = dx/dt$ dvs stigningskoeffisienten til kurven $x(t)$. Denne er konstant og positiv i starten, deretter null en stund, deretter konstant og negativ, og endelig konstant og positiv. Graf D stemmer med dette.

g) Kurven for $v_x(t)$ skal tilsvare stigningskoeffisienten til kurven $x(t)$. Noe i denne duren:



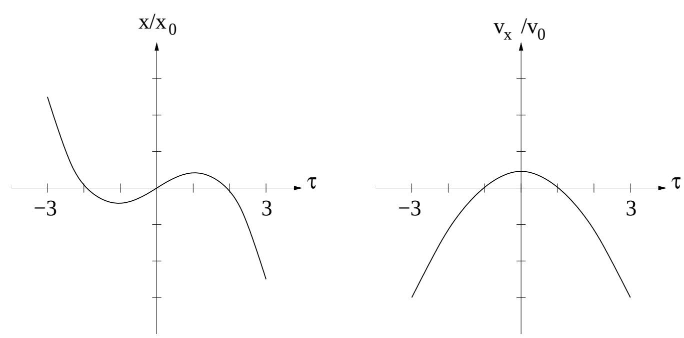
h) Partikkelens hastighet er

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{4x_0}{t_0} - \frac{3x_0 t^2}{t_0^3} = v_0 \left(1 - \frac{3}{4}\tau^2\right)$$

der vi har forenklet skrivingen ved å innføre $v_0 \equiv 4x_0/t_0$ og $\tau \equiv t/t_0$. Bruker vi τ, kan vi også skrive

$$x(t) = x_0 \left(4\tau - \tau^3\right)$$

Skisser, med τ mellom -3 og 3:



i) Fra oppgitt kurve ser vi at

$$v_x(t) = 10 - 5t$$

med v_x i enheten m/s og t i enheten s. Da er det umiddelbart klart at bilen snur når $t = 2$ s, for da er $v_x = 0$. Vi ønsker å finne et uttrykk for bilens posisjon x som funksjon av t og starter med $v_x = dx/dt$. Vi ganger denne med dt og integrerer:

$$\int_{x_i}^{x} dx = \int_0^t v_x(t)dt = \int_0^t (10 - 5t)dt = 10t - \frac{5}{2}t^2$$

Her er startposisjonen $x_i = 30$ (m), så vi finner

$$x(t) = 30 + 10t - \frac{5}{2}t^2$$

Innsetting av $t = 2$ (s) gir posisjonen der bilen snur:

$$x(2) = 30 + 20 - 10 = 40\,\mathrm{m}$$

Innsetting av $x = 0$ gir tidspunktet t_0 for bilens ankomst til posisjonen $x = 0$:

$$0 = 30 + 10t_0 - \frac{5}{2}t_0^2$$

Dette er en 2.gradsligning for den ukjente t_0. Vi løser denne, og velger selvsagt den *positive* løsningen:

$$t_0 = \frac{10 + \sqrt{100 + 300}}{5}\,\mathrm{s} = 6\,\mathrm{s}$$

j) Vi har at $a_x(t) = dv_x/dt$ dvs stigningskoeffisienten til kurven $v_x(t)$. Graf B for v_x stemmer med den gitte akselerasjonen a_x.
k) For begge kulene er bevegelsen vertikalt en bevegelse med konstant akselerasjon $a = g$, med samme starthøyde og starthastighet lik null. Kulene treffer derfor bakken samtidig. (Med runde kuler skulle det ikke bli mye forskjell på falltiden selv om vi tok hensyn til luftmotstand.)
l) Skiløperen får en konstant akselerasjon nedover langs bakken, gitt ved $a = g\sin\theta$ (se figuren nedenfor). Setter vi $t = 0$ i det hun starter på toppen, med $v = 0$, kan vi skrive hastigheten som $v(t) = at = gt\sin\theta$. Setter vi dessuten posisjonen $s = 0$ på toppen, får vi

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}gt^2\sin\theta$$

Vi kan eliminere t fra disse uttrykkene ved å kvadrere v og deretter beregne forholdet mellom v^2 og s:

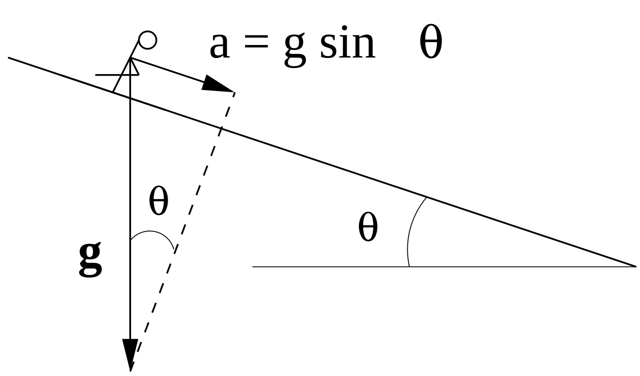
$$\frac{v^2}{s} = \frac{g^2t^2\sin^2\theta}{(1/2)gt^2\sin\theta} = 2g\sin\theta$$

Vi løser denne med hensyn på vinkelen θ og finner

$$\theta = \arcsin\frac{v^2}{2gs}$$

Nå kan vi sette inn tallverdier for g, samt v og s nederst i bakken. Vi finner

$$\theta = \arcsin\frac{400}{2\cdot 9.8\cdot 100} = \arcsin\frac{2}{9.8} \simeq 12^\circ$$



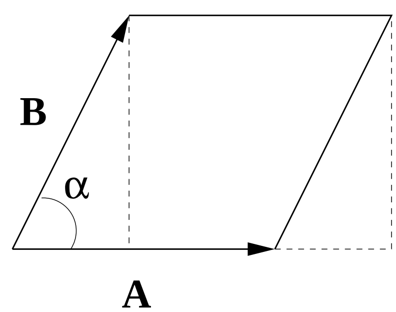
m) Uansett om klossen er på vei oppover eller nedover skråplanet, vil den ha konstant akselerasjon, rettet nedover, og lik komponenten av tyngdens akselerasjon g langs planet, jfr forrige oppgave. Figuren viser at positiv s-retning er oppover planet, så a_s må ha en konstant negativ verdi. Altså graf D.

Oppgave 2

a) Størrelsen til kryssproduktet er per definisjon

$$|\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| \cdot |\boldsymbol{B}| \cdot \sin \alpha$$

der α er vinkelen mellom de to vektorene. Vi ser fra figuren nedenfor at $|\boldsymbol{B}| \cdot \sin \alpha$ er lik parallellogrammets høyde, og arealet er jo nettopp lik "bredden", som her er lik $|\boldsymbol{A}|$ ganget med høyden.



b) Vi er her bedt om å vise at

$$C = |\boldsymbol{C}| = \sqrt{A^2 + B^2 \pm 2\,A\,B\,\cos\theta}$$

eller, om vi kvadrerer begge sider,

$$C^2 = A^2 + B^2 \pm 2\,A\,B\,\cos\theta$$

Vi har $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B}$. Kvadrering av begge sider gir

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{C} &= (\boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B}) \cdot (\boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B}) \\
&= \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{B} \pm \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \pm \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A} \\
&= A^2 + B^2 \pm 2AB\cos\theta
\end{aligned}$$

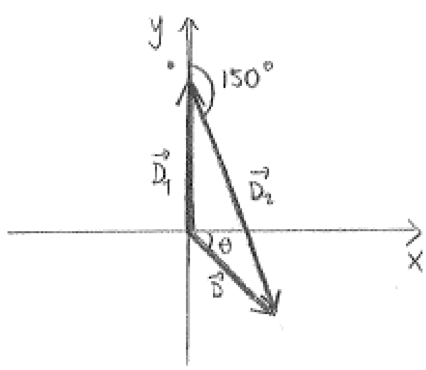
ettersom vi, per definisjon, har

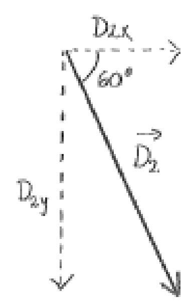
$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A} = AB\cos\theta$$

Oppgave 3

$$
\begin{aligned}
\hat{x}\cdot\hat{x} &= 1\\
\hat{x}\cdot\hat{z} &= 0\\
\hat{y}\times\hat{z} &= \hat{x}\\
\hat{y}\times\hat{y} &= 0\\
(\hat{x}\times\hat{y})\times\hat{z} &= \hat{z}\times\hat{z} = 0\\
(\hat{x}\times\hat{y})\times\hat{x} &= \hat{z}\times\hat{x} = \hat{y}\\
\hat{x}\cdot(\hat{z}\times\hat{y}) &= \hat{x}\cdot(-\hat{x}) = -1\\
(\hat{z}\times\hat{y})\times(\hat{x}\times\hat{z}) &= (-\hat{x})\times(-\hat{y}) = \hat{x}\times\hat{y} = \hat{z}
\end{aligned}
$$

Oppgave 4

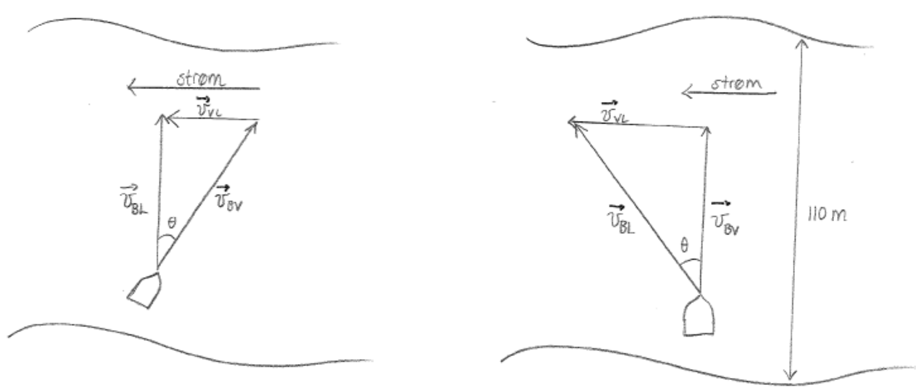




Vi ønsker å finne postbudets avstand fra postkontoret, altså D. Vi ser på avstandene postbudet har reist som vektorer og legger disse inn i et koordinatsystem der positiv x-akse er øst og positiv y-akse er nord. Avstanden til postkontoret vil være summen av de to vektorene $\boldsymbol{D}_1$ og $\boldsymbol{D}_2$. Vi dekomponerer derfor disse i x- og y-retning og summerer komponentvis.
Siden $\boldsymbol{D}_1$ peker nordover, har denne ingen x-komponent:
$D_{1x} = 0$ $D_{1y} = 22.0$ km
$\boldsymbol{D}_2$ danner en vinkel 60 grader i forhold til x-retning:
$D_{2x} = (47.0\,\text{km})(\cos 60) = 23.5$ km
$D_{2y} = -(47.0\,\text{km})(\sin 60) = -40.7$ km
Resultantvektoren $\boldsymbol{D}$ har komponentene:
$D_x = D_{1x} + D_{2x} = 0\,\text{km} + 23.5\,\text{km} = 23.5\,\text{km}$
$D_y = D_{1y} + D_{2y} = 22.0\,\text{km} + (-40.7)\,\text{km} = -18.7\,\text{km}$
Lengden på $D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(23.5\,\text{km})^2 + (-18.7\,\text{km})^2} = 30.0\,\text{km}$

Vinkel med x-retning blir $\theta = \arctan(D_y/D_x) = \arctan(-0.796) = -38.5$ grader.
Kommentar: Her kunne vi ha benyttet oss av et av resultatene i oppgave 2b. Sjekk dette selv, hvis du ikke allerede har gjort det.

Oppgave 5



a) $\boldsymbol{v}_{BL}$ (båt i forhold til land) er slik vi ønsker at båten skal bevege seg. For å oppnå dette må vi kjøre i en vinkel θ mot strømmen. Vi ser av figuren at

$$\sin(\theta) = \frac{v_{VL}}{v_{BV}} = \frac{1.20\,\mathrm{m/s}}{1.85\,\mathrm{m/s}} = 0.6486$$

Altså blir $\theta = \arcsin(0.6486) = 40.4$ grader.

b) Strømmen drar båten nedover elva. Båtens hastighet i forhold til land, $\boldsymbol{v}_{BL}$, er summen av båtens hastighet i forhold til vannet, $\boldsymbol{v}_{BV}$, og hastigheten av vannet i forhold til land, $\boldsymbol{v}_{VL}$ (se figur):

$$\boldsymbol{v}_{BL} = \boldsymbol{v}_{BV} + \boldsymbol{v}_{VL}$$

Siden $\boldsymbol{v}_{BV} \perp \boldsymbol{v}_{VL}$ finner vi $\boldsymbol{v}_{BL}$ vha. pythagoras:

$$v_{BL} = \sqrt{v_{BV}^2 + v_{VL}^2} = \sqrt{(1.85\,\mathrm{m/s})^2 + (1.20\,\mathrm{m/s})^2} = 2.21\,\mathrm{m/s}$$

Vi finner vinkelen vha. trigonometri: $\tan(\theta) = v_{VL}/v_{BV} = 0.6486$. Dette gir $\theta = 33$ grader (Merk at denne er ulik den vi fant i (a).

c) Gitt at bredden på elva er $D = 110$ m får vi

$$t = \frac{D}{v_{BV}} = \frac{110\,\mathrm{m}}{1.85\,\mathrm{m/s}} = 60\,\mathrm{s}$$

På denne tiden har båten drevet $d = v_{VL}$t $= (1.20$ m/s$)(60$ s$) = 72$ m nedover elva.

Oppgave 6

a) La oss f.eks. si at sykkelhjulet har en diameter $d = 72$ cm. Da blir omkretsen

$$O = 2\pi r = \pi d = 226\,\mathrm{cm}$$

Hvis du sykler med en hastighet $v_s = 36$ km/h $= 1000$ cm/s, betyr det at antall omdreininger hjulet foretar per sekund blir

$$N = \frac{1000\,\mathrm{cm/s}}{226\,\mathrm{cm}} = 4.4\,\mathrm{s}^{-1}$$

b) Du ser et hjul som roterer med vinkelhastighet

$$\omega = 2\pi N = 27.8\,\mathrm{rad/s}$$

Den hvite flekken i avstand $r = 36$ cm fra hjulets sentrum har da (tangentiell) hastighet

$$v_t = r\omega = 36 \cdot 27.8\,\mathrm{cm/s} = 1000\,\mathrm{cm/s}$$

Og det kunne vi vel ha sagt uten å gå veien om vinkelhastigheten ω, nemlig at hjulkantens hastighet i forhold til deg må være den samme som sykkelens hastighet i forhold til bakken: $v_t = v_s$.

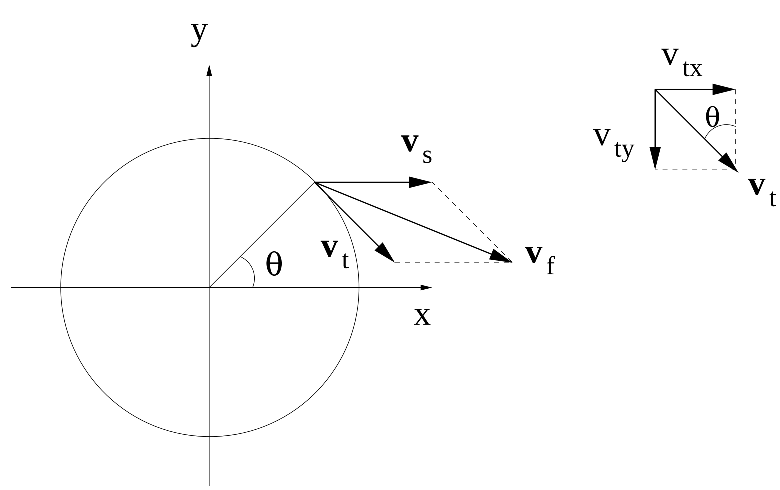
c) Tanken med denne oppgaven var først og fremst at man skal tegne opp hjulet med hastighetsvektorer for ulike posisjoner på periferien. Da innser en, i hvert fall hvis en har gjort a og b riktig, for eksempel at flekkens hastighet må være null nede ved bakken, at den er 2000 cm/s med retning framover øverst på hjulet, osv.

Hvis vi tegner opp hjulet i syklistens koordinatsystem, er det ikke så vanskelig å overbevise seg om at hastigheten til den hvite flekken når den er i en posisjon tilsvarende en vinkel θ i forhold til x-aksen (dvs framoverretningen) må bli

$$\boldsymbol{v}_t = \hat{x} v_s \sin\theta - \hat{y} v_s \cos\theta$$

Syklisten beveger seg med hastighet $\boldsymbol{v}_s = v_s \hat{x}$ i forhold til kråka. Kråka ser dermed en hvit flekk som beveger seg med hastighet

$$\boldsymbol{v}_f = \boldsymbol{v}_s + \boldsymbol{v}_t = \hat{x} v_s\,(1 + \sin\theta) - \hat{y} v_s \cos\theta$$



Oppgave 7

a) 8400 rpm innebærer 140 "rps" (revolutions per second). 1 rps tilsvarer en vinkelhastighet 2π radianer per sekund, så 8400 rpm tilsvarer en vinkelhastighet $280\pi \simeq 880$ rad/s. Dette tilsvarer en hastighet, ved $r_i = 24$ mm, $v_i = 280\pi \cdot 0.024$ m/s $\simeq 21$ m/s.
Hvis dette også skal være hastigheten til DVD-en over laseren når den er ved $r_y = 58$ mm, må den da rotere $8400 \cdot 24/58$ ganger per minutt, dvs ca 3476 rpm.
b) Her er vinkelhastigheten den samme hele tiden, tilsvarende 9200 rpm. Da har vi

$$\omega = \frac{9200}{60} \cdot 2\pi \simeq 963\,\mathrm{rad/s}$$

Hastighet ved r_i:

$$v_i = r_i\omega \simeq 23\,\mathrm{m/s}$$

Hastighet ved r_y:

$$v_y = r_y\omega \simeq 56\,\mathrm{m/s}$$

Akselerasjon ved r_i:

$$a_i = \frac{v_i^2}{r_i} = r_i\omega^2 \simeq 22\,\mathrm{km/s}^2$$

Akselerasjon ved r_y:

$$a_y = \frac{v_y^2}{r_y} = r_y\omega^2 \simeq 54\,\mathrm{km/s}^2$$

Altså flere tusen ganger tyngdens akselerasjon.

Oppgave 8

a)

$$\begin{array}{lll}
1 & : & v_x = -v \quad , \quad v_y = 0 \\
2 & : & v_x = 0 \quad , \quad v_y = -v \\
3 & : & v_x = v \quad , \quad v_y = 0 \\
4 & : & v_x = 0 \quad , \quad v_y = v \\
5 & : & v_x = -v\sin\alpha \quad , \quad v_y = v\cos\alpha
\end{array}$$

b)

$$\begin{array}{lll}
1 & : & x = 0 \quad , \quad y = -1 \\
2 & : & x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad y = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\
3 & : & x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad y = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\
4 & : & x = \cos\alpha \quad , \quad y = \sin\alpha
\end{array}$$

Oppgave 9

La oss velge koordinatsystem med x-akse mot høyre, y-akse nedover og origo der ballen starter. Bevegelsen horisontalt er bevegelse med konstant hastighet v_0, dvs

$$x(t) = v_0 t$$

Bevegelsen vertikalt er bevegelse med konstant akselerasjon g og null starthastighet, dvs

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

Vi bruker disse ligningene til å bestemme tidsforbruket som gir $y = L$:

$$L = \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{2L/g}$$

Dette settes inn i ligningen for x med $x = 2L$:

$$2L = v_0 t \quad \Rightarrow \quad v_0 = 2L/t = \sqrt{2Lg}$$

x-komponenten av $\boldsymbol{v}$ er den samme hele tiden, $v_x = v_0 = \sqrt{2Lg}$. Ved bakken er y-komponenten av hastigheten lik

$$v_y = gt = g \cdot \sqrt{2L/g} = \sqrt{2Lg}$$

dvs den samme som v_x. Det betyr at ballen treffer bakken under en vinkel 45 grader. Størrelsen på hastigheten når ballen treffer bakken er

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4Lg}$$

Har uttrykkene riktig enhet? Enheten til L/g er $\mathrm{m/(m/s^2) = s^2}$, som stemmer bra i forhold til $t = \sqrt{2L/g}$. Enheten til Lg er $\mathrm{m{\cdot}m/s^2} = (\mathrm{m/s})^2$, som stemmer bra i forhold til $v_0 = \sqrt{2Lg}$. Setter vi inn $L = 1.0$ m og $g = 9.8$ m/s^2, finner vi at $v_0 = 4.4$ m/s, $v = 6.3$ m/s og $t = 0.45$ s.

Vi skal deretter finne den utgangsvinkelen α (i forhold til horisontalen) som gjør at vi treffer hullet med minst mulig starthastighet v_0.
Vi starter med å se på bevegelsen mens ballen er på vei oppover. La oss her velge positiv y oppover. Da har vi:

$$y(t) = tv_0 \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

Dette gir vertikalhastighet

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = v_0 \sin\alpha - gt$$

Toppen nås når $v_y = 0$, dvs

$$t_{\text{topp}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Horisontalt har vi da kommet fram til

$$x_{\text{topp}} = v_{0x} t_{\text{topp}} = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

mens vi vertikalt er ved

$$y_{\text{topp}} = t_{\text{topp}} v_0 \sin\alpha - \frac{1}{2} g t_{\text{topp}}^2 = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

Herfra og ned til bakken er det en avstand $y_{\text{topp}} + L$. Vertikalt, fra toppen og ned, har vi fritt fall, med null (vertikal) starthastighet. Tiden det tar å komme seg ned til bakken skulle dermed bli

$$t_{\text{ned}} = \sqrt{\frac{2(y_{\text{topp}} + L)}{g}} = \sqrt{\frac{2}{g}\left(L + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}\right)}$$

Total tid for hele ballens flytur blir

$$t_{\text{total}} = t_{\text{topp}} + t_{\text{ned}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{2}{g}\left(L + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}\right)}$$

I løpet av denne tiden skal ballen komme seg til $x = 2L$. Hastigheten horisontalt er hele tiden $v_0 \cos\alpha$. Dermed:

$$2L = t_{\text{total}} \cdot v_{0x} = v_0 \cos\alpha \left[\frac{v_0 \sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{2}{g}\left(L + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}\right)}\right]$$

Denne ligningen må vi nå løse med hensyn på (for eksempel) v_0^2. Strategi: Flytt første ledd på høyre side over til venstre, kvadrer begge sider og ordne slik at bare v_0^2 står igjen på venstre side. Hvis jeg har regnet riktig, får vi da

$$v_0^2 = \frac{2gL}{\cos^2\alpha + \sin 2\alpha}$$

der vi har brukt at

$$2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin 2\alpha$$

Minimumsverdi for v_0^2 (og dermed for v_0) finner vi til slutt ved å derivere v_0^2 med hensyn på vinkelen α og sette lik null. Litt regning gir da svaret

$$\tan 2\alpha = 2$$

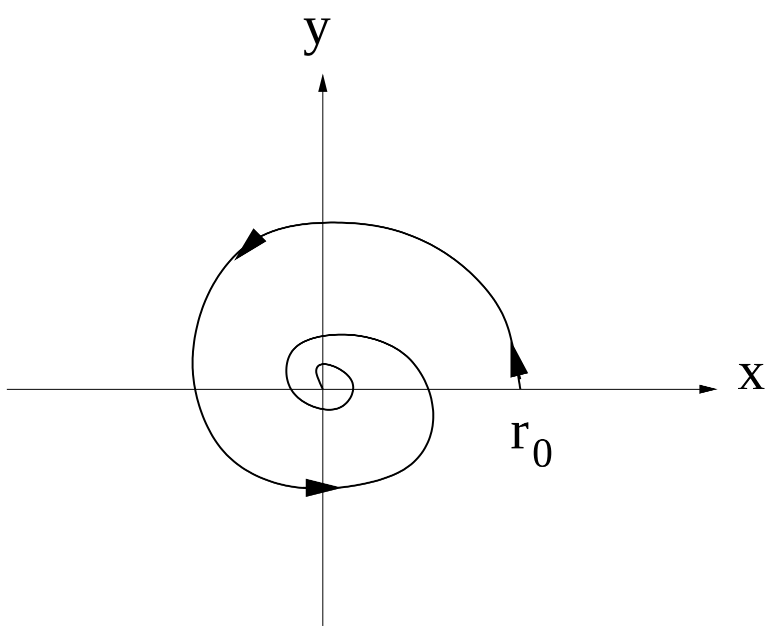
dvs

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan 2 \simeq 32^\circ$$

Oppgave 10

a) Produktet av a og t står oppe i eksponenten og må være dimensjonsløst. Altså er a en invers tid, med enhet s^{-1}. Produktet bt gir en vinkel, som (f.eks) måles i radianer, men som ikke egentlig har noen enhet i den forstand. Enheten til b blir derfor 1/s. r_0 er en lengde, med enhet m.

b) Innsetting av $t = 0$ gir $r = r_0$ og $\theta = 0$. Polarkoordinatene r og θ angir hhv avstand fra origo og vinkel på posisjonsvektoren $\boldsymbol{r}$ i forhold til x-aksen. Partikkelen starter altså i $(x, y) = (r_0, 0)$. Innsetting av $t = \infty$ gir $r = 0$. Partikkelen ender dermed i origo.
c) Partikkelbanen vil avhenge av forholdet mellom a og b. La oss anta at a er forholdsvis liten sammenlignet med b. Da vil partikkelen foreta flere runder rundt i planet, med stadig avtagende avstand til origo. Med andre ord, en spiralformet bane som ender opp i origo.



d) Vi regner rett og slett ut:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = -ar_0 e^{-at}$$

og

$$v_\theta = r\,\frac{d\theta}{dt} = br$$

Hastighetsvektoren kan dermed skrives, i polarkoordinater,

$$\boldsymbol{v} = -ar_0 e^{-at}\hat{r} + br\hat{\theta}$$