

Løsningsforslag til lørdagsverksted i fysikk

14. september 2007

Oppgave 11

- a) Kraftbalanse: Friksjonen fra veggen må balansere eneste vertikalvirkende kraft, tyngdekraften $F_{\text{grav}} = mg$. Friksjonen F er gitt ved $F = \mu N$, hvor N er kraften fra veggen på personen. Denne er igjen gitt ved $N = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$. Dermed har vi

$$\mu m \omega_{\min}^2 r = mg \quad (1)$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\mu r}}, \quad (2)$$

som skulle vises.

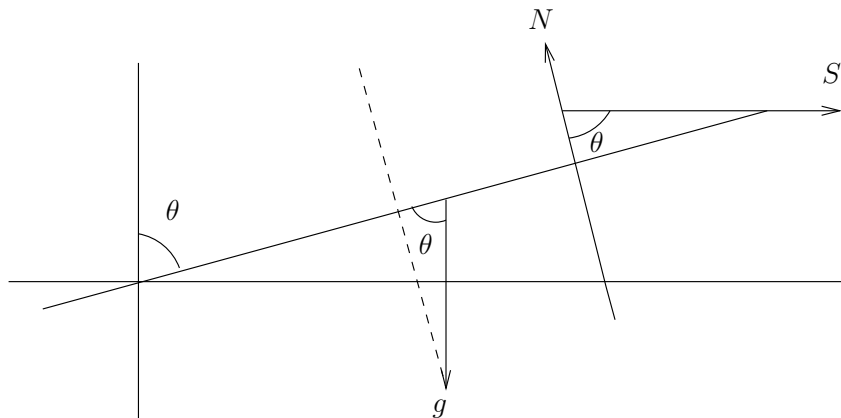
- b) Prinsippet er det samme som på oppgave a, men nå må tyngdekraft og sentripetalkrefter dekomponeres. Ved inspeksjon av figur 1 ser vi at ekvivalenten til ligning 1 er

$$\mu (m\omega^2 r \cos \theta + mg \sin \theta) + m\omega^2 r \sin \theta = mg \cos \theta \quad (3)$$

$$\omega^2 (\mu r \cos \theta + r \sin \theta) = g (\cos \theta - \mu \sin \theta) \quad (4)$$

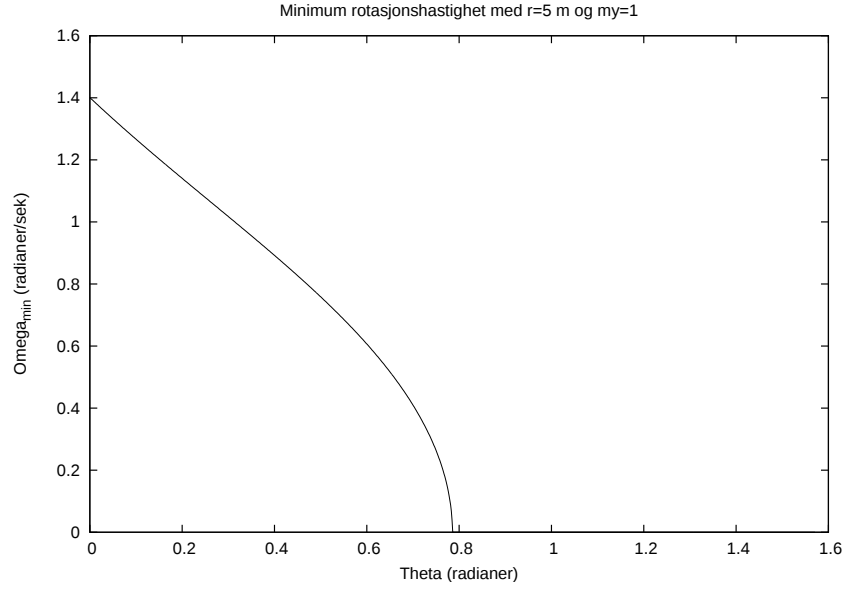
$$\omega(\theta) = \sqrt{\frac{g}{r} \cdot \frac{\cos \theta - \mu \sin \theta}{\mu \cos \theta + \sin \theta}}. \quad (5)$$

Figur 2 viser et plott av $\omega(\theta)$. Plottet er intuitivt fornuftig, da oppgave a gjennskapes for



Figur 1: Hjelpetegning for projisering av krefter.

$\theta = 0$, og da det finnes en endelig vinkel der personen vil bli liggende stille på veggen selv uten rotasjon (jfr. et vanlig ”skråplanforsøk”).



Figur 2: Minste nødvendige rotasjonshastighet for en gitt helningsvinkel θ , med parametrene $\mu = 1$ og $r = 5$ m.

c) Nå må sentripetalkrefter balansere friksjon og gravitasjon, så vi har

$$\mu (m\omega^2 r \cos \theta_0 + mg \sin \theta_0) + mg \cos \theta_0 = m\omega^2 r \sin \theta_0 \quad (6)$$

$$\cos \theta_0 (\mu\omega^2 r + g) = \sin \theta_0 (\omega^2 r - \mu g) \quad (7)$$

$$\tan \theta_0 = \frac{\mu\omega^2 r + g}{\omega^2 r - \mu g} = \frac{\mu r \frac{g}{\mu r} + g}{\frac{g}{\mu r} r - \mu g} = \frac{2g}{\frac{g}{\mu} - \mu g} = \frac{2\mu}{1 - \mu^2} \quad (8)$$

$$\theta_0 = \arctan \left(\frac{2\mu}{1 - \mu^2} \right). \quad (9)$$