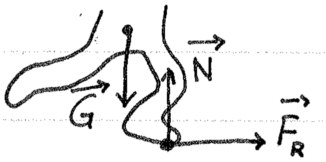
Kort LF til LV Øving 2

(1) a) $N2 \Rightarrow T_1 = (m_k + m_s)a$ og $T_2 = m_k a$

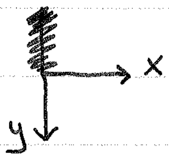
$\Rightarrow T_1/T_2 = 1 + m_s/m_k$, som blir 1 når $m_s \to 0$

$(N3 \Rightarrow -\vec{T}_2 \longleftarrow \overset{m_s}{\bullet\!\!-\!\!-\!\!\bullet} \longrightarrow \vec{T}_1 \Rightarrow T_1 - T_2 = m_s a$, ok!)

b) 

(slik at $\vec{F}_R = m\vec{a}$)

(og $G = N$)

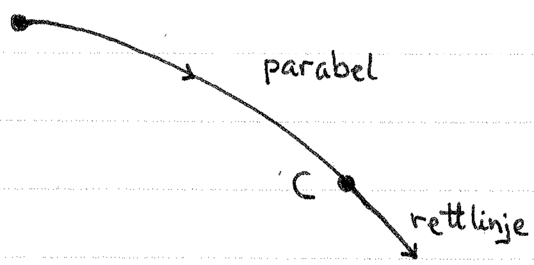
(2) a) 

$A \to B: \quad x(t) = x_A + v_x t, \quad y(t) = y_A \ (= y_B)$

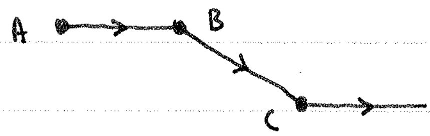
$B \to C: \quad x(t) = x_B + v_x t, \quad y(t) = y_B + \frac{1}{2} a_y t^2$

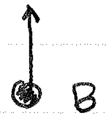
$C \to \ : \quad x(t) = x_C + v_x t, \quad y(t) = y_C + v_y t$

(der t er satt til null ved hver overgang)

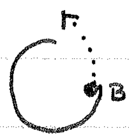
$\Rightarrow$ 

Vanlig feil(!?):



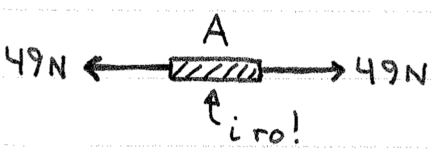
b) 

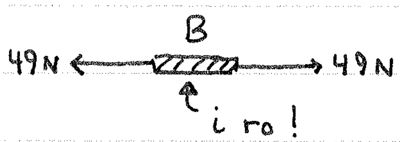
(og ikke 

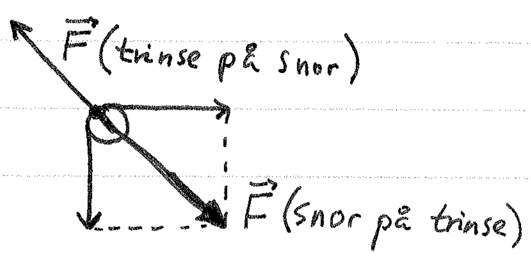
eller 

..... !!)

c) $T_A = T_B$ (ikke $T_A = \frac{1}{2} T_B$)







osv.

d) $m_1 = 0 \Rightarrow \vec{F}(1 \text{ på } A) = \vec{T}$ $>:$ $F_{1A} = T$

$$N2 \Rightarrow T = (m_A + m_B)a = F_{1A} \Rightarrow \underline{\underline{a = \frac{T}{m_A + m_B}}}$$

$$m_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}(A \text{ på } 2) = -\vec{F}(B \text{ på } 2) \overset{N3}{=} \vec{F}(2 \text{ på } B) \overset{N2}{=} m_B a$$

$$F_{A2} = -F_{B2} = \boxed{F_{2B} = m_B a}$$

$$N2 \Rightarrow \vec{F}(2 \text{ på } A) + \vec{F}(1 \text{ på } A) = m_A a$$

$$F_{2A} + F_{1A} = m_A a$$

$$-F_{2B} + F_{1A} = m_A a$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_{1A} = (m_B + m_A)a > m_B a = F_{2B}}}$$

Aktuell forklaring (?): 2 trekker på A mot venstre, og på B mot høyre, med samme absoluttverdi. 1 trekker på A mot høyre, og <u>sterkere</u> enn 2 trekker på A mot venstre, ettersom A akselereres mot høyre. Følgelig trekker 1 på A sterkere enn 2 på B. ☺

e) A fast $\Rightarrow T_{før} = m_B g$ (B i ro)

A slippes $\Rightarrow m_B g = (m_B + m_A)a \Rightarrow \underline{\underline{a = g/(1 + m_A/m_B)}}$

(ytre kraft $m_B g$ skal akselerere $m_B + m_A$)

Kun snordraget T_{etter} trekker nå på kloss A

$$\Rightarrow T_{etter} = m_A a = m_A g / (1 + m_A/m_B)$$

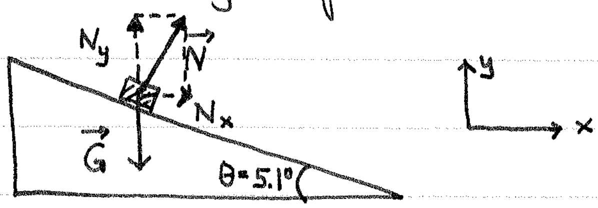
$$= \frac{m_A m_B g}{m_B + m_A} = \frac{m_B g}{1 + m_B/m_A} < T_{før}$$

Grensesjekk: $m_A \to \infty \Rightarrow a \to 0$ ($>:$ som vegg, OK)

$m_A \to 0 \Rightarrow a \to g$ og $T_{etter} \to 1/\infty = 0$; OK!

(3) Her betyr "unngå å skli av veien" det samme som "kjøre i sirkelbane med radius $r = 350\,m$", som igjen betyr at bilen må utsettes for en akselerasjon $a = v^2/r$ med retning inn mot sirkelens sentrum, som endelig betyr at resultantkraften på bilen skal være $ma = mv^2/r$, rettet inn mot sirkelens sentrum.

To krefter virker på bilen: $\vec{G} = mg$ rettet loddrett nedover, og N = normalkraften fra veibanen på bilens hjul, ca $N/4$ på hvert hjul. Ingen friksjon $\Rightarrow$ ingen krefter fra underlaget på bilens hjul parallelt med veibanen.



Dvs: $a_x = v^2/r$, $a_y = 0$

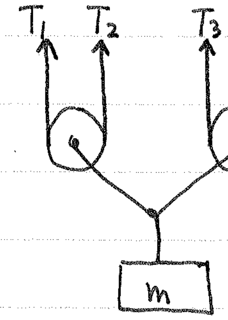
$$\Rightarrow \quad mg - N_y = 0, \qquad N_x = mv^2/r$$

$$mg - N\cos\theta = 0, \qquad N\sin\theta = mv^2/r$$

$$\Rightarrow \quad \frac{N\sin\theta}{N\cos\theta} = \frac{mv^2/r}{mg} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{v^2}{gr}$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{gr\tan\theta} = \sqrt{9.8\,\frac{m}{s^2}\cdot 350\,m \cdot \tan 5.1°} \approx 17.5\,\frac{m}{s} \approx 63\,\frac{km}{h}$$

4) Her er det sikkert en del som vet/gjetter at med 4 trinser trengs bare $1/4$ av $(149\ kg \cdot 9.8\ m/s^2)$ for å holde 149 kg oppe. Men hvordan forklare dette? Det enkleste må vel være å innse at det er 4 snordeler som alle virker på (en av) de to nederste trinsene, og dermed på pakken:

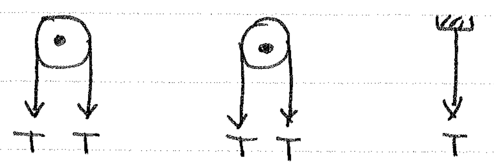


Med pakken i ro er det åpenbart at $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T$ = felles snordrag for hele tauet. (Med tilnærmet masseløst tau og trinser gjelder dette selv om m akselereres oppover eller nedover.) Og for å holde tauet i ro må du dermed trekke nedover med kraft lik T.

Newtons 2. lov (evt 1. lov...!) gir $T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = mg \Rightarrow 4T = mg$ som betyr at du må dra i tauet med krafta

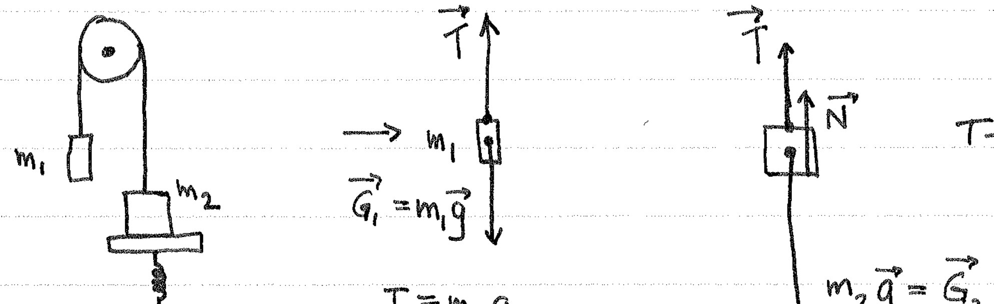
$$T = mg/4 = (149 \cdot 9.8/4)\ N \approx \underline{\underline{365\ N}}$$

[Oppe i taket blir de to trinsene påvirket med kraft $2T$ nedover, mens festepunktet til høyre belastes med kraft T nedover:



]

5 Skisse:



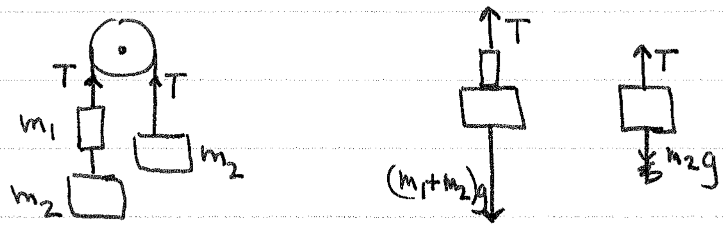
$$T = m_1 g \qquad\qquad T + N = m_2 g$$

$\vec{N}$ = kraft fra vekt på m_2 $\Rightarrow$ $-\vec{N}$ = kraft fra m_2 på vekta

$\Rightarrow$ vekta viser N, evt N/g i kg

$N = m_2 g - T = m_2 g - m_1 g = 0.1\,\text{kg} \cdot 9.8\,\text{m/s}^2$

$\Rightarrow$ Vekta viser $\underline{0.1\,\text{kg}}$, evt $\underline{1.0\,\text{N}}$; Snordraget er $T = m_1 g = \underline{9.8\,\text{N}}$



$$(m_1+m_2)a = (m_1+m_2)g - T \quad ; \quad m_2 a = T - m_2 g$$

$$\Rightarrow m_1 a + m_2 a = m_1 g + m_2 g - \overbrace{(m_2 a + m_2 g)}^{T}$$

$$\Rightarrow (m_1 + 2m_2)a = m_1 g$$

$$\Rightarrow \underline{a = \frac{m_1}{m_1+2m_2} g}$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1+2m_2} g + m_2 g$$

$$= \frac{m_1 m_2 + m_2(m_1+2m_2)}{m_1+2m_2} g$$

$$= \underline{\frac{2m_2(m_1+m_2)}{m_1+2m_2} g}$$

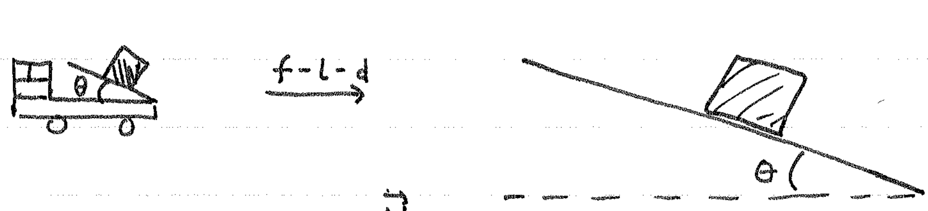
[Sjekk: $m_1 \to 0 \Rightarrow a \to 0$ OK

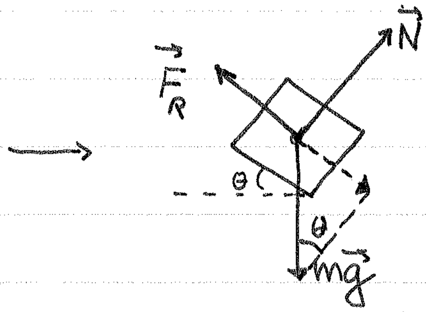
$m_2 \to 0 \Rightarrow a \to g,\ T \to 0$ OK

⋮

]

6





$$F_R^{max} = \mu N$$

Ser at komponenten av $m\vec{g}$ langs planet øker med θ.

Ved θ_c er $F_R = F_R^{max} = \mu N = mg \sin\theta_c$

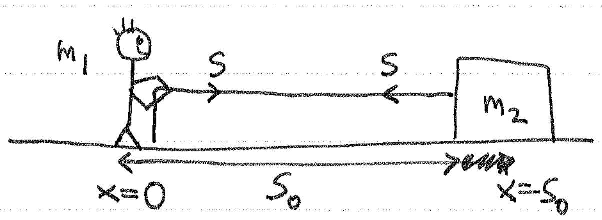
Ingen bevegelse $\perp$ planet $\Rightarrow N = mg \cos\theta_c$

Dermed:

$$\frac{\mu N}{N} = \frac{mg \sin\theta_c}{mg\cos\theta_c} = \tan\theta_c \Rightarrow \underline{\underline{\theta_c = \arctan\mu}}$$

[Hvis kassen mot planet har høy μ, kan kassen velte... !]

7



[S → T i oppg. teksten]

a) $S = m_1 a_1$ og $S = m_2 a_2$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{a_1 = \frac{S}{m_1}}}$ $\underline{\underline{a_2 = \frac{S}{m_2}}}$

b) $x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2$; $x_2(t) = S_0 - \frac{1}{2} a_2 t^2$

Møtes når $x_1 = x_2$

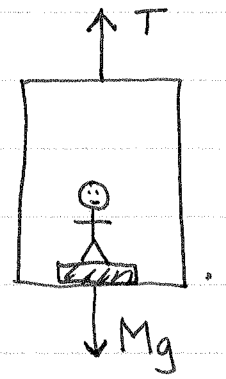
$$\Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_0^2 + \frac{1}{2} a_2 t_0^2 = S_0 \Rightarrow t_0 = \left\{\frac{2S_0}{a_1 + a_2}\right\}^{1/2}$$

$$\Rightarrow x_1(t_0) = x_2(t_0) = \frac{1}{2} a_1 \cdot \frac{2S_0}{a_1 + a_2} = \underline{\underline{\frac{a_1 S_0}{a_1 + a_2}}} = \underline{\underline{\frac{m_2 S_0}{m_2 + m_1}}}$$

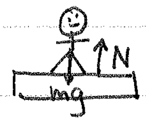
c) $m_1 \gg m_2 \Rightarrow x_1(t_0) = 0$: OK, gutt i ro

$m_1 \ll m_2 \Rightarrow x_1(t_0) = S_0$: OK, kjelke i ro

(8)



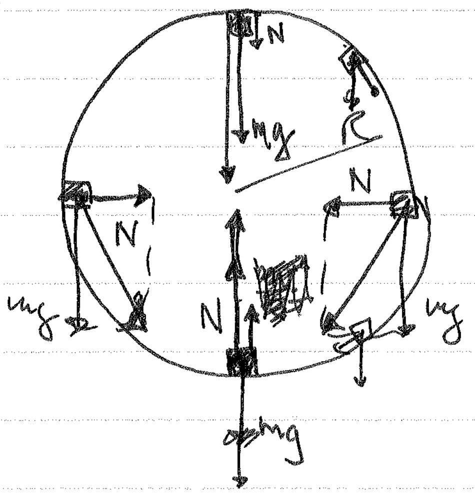
a) $Ma = T - Mg \Rightarrow a = \frac{T - Mg}{M} = \frac{8300 - 750 \cdot 9.8}{750}\ \mathrm{m/s^2} \approx \underline{1.3\ \mathrm{m/s^2}}$

b) 

$N - mg = ma \Rightarrow N = m(a+g) \approx 75 \cdot (9.81 + 1.27) \approx \underline{831\ \mathrm{N}}$ (evt $\underline{84.7\ \mathrm{kg}}$)

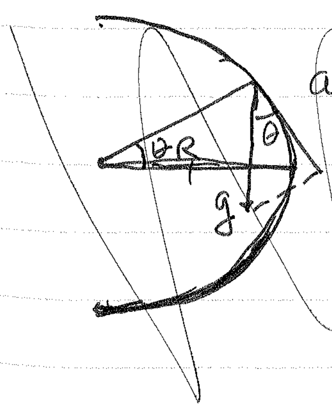
c) $v = v_0 + at = 0 + at = (1.27 \cdot 3)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{s} = \underline{3.8\ \mathrm{m/s}}$

(9)



Må ha $N \geq 0$ i toppen for å ha kontakt

$\Rightarrow \frac{v_{min}^2}{R} = g \Rightarrow \underline{v_{min}^{topp} = \sqrt{gR}}$



$a_t = (-)\, g \cos\theta$

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

$v_t = \frac{ds}{dt} = \frac{R\,d\theta}{dt}$

$a_t = -g \cos\theta = \frac{dv_t}{dt} = R \frac{d^2\theta}{dt^2}$

10 a) $\tau_A = \underline{20\,Nm}$; $\tau_B = \underline{10\,Nm}$; $\tau_C = \underline{0}$

$\tau_D = 30N \cdot 0.25m = \underline{7.5N}$; $\tau_E = 50N \cdot \frac{1}{2}m \cdot \underbrace{\sin 30^\circ}_{1/2} = \underline{12.5N}$

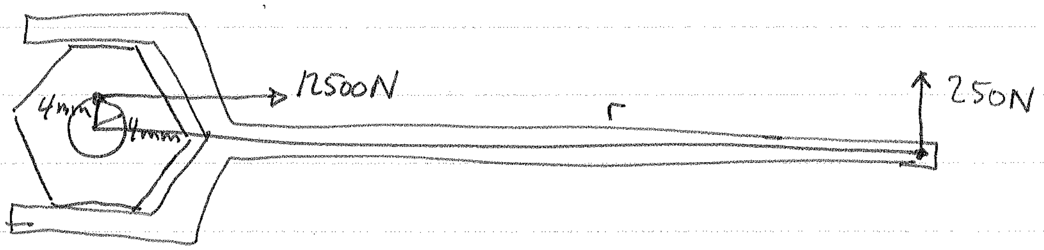
$\tau_F = 40N \cdot 1m \cdot \sin 135^\circ \simeq \underline{28N}$

$\Rightarrow \underline{\tau_F > \tau_A > \tau_E > \tau_B > \tau_D > \tau_C}$

b) $\underbrace{0.5 \cdot (50+60)}_{\text{"kg}\cdot\text{cm"}} + m \cdot 60 = 1.0 \cdot 110 \Rightarrow 60m = 55 \Rightarrow m = \frac{55}{60}\,kg \approx \underline{0.9\,kg}$

c) $3.0 \cdot 110 + 2.0 \cdot x = 4.0 \cdot 110 \Rightarrow x = \frac{110}{2} = \underline{55\,cm}$ fra midten

d)



$\Rightarrow 250N \cdot r \geq 12500N \cdot 4mm$

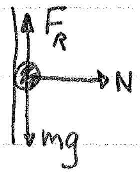
$\Rightarrow \underline{r \geq 200\,mm = 20\,cm}$

e) $\tau_{cw} = (30 \cdot 20 + 30 \cdot 10 + 0 - 30 \cdot 10 - 20 \cdot 20)\,N \cdot cm$

clockwise

$= 200\,N \cdot cm = \underline{2\,Nm}$ $\Rightarrow$

11 a)

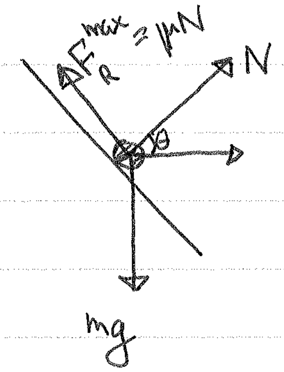


$$N = m\omega^2 r \quad \text{og} \quad F_R = F_R^{max} = \mu N = mg$$

$$\Rightarrow m\omega_0^2 r = mg/\mu$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{g/\mu r}}}$$

b)



$$-F_R^{max} \sin\theta + N\cos\theta = m\omega_{min}^2(\theta) r \quad \text{(horisontalt)}$$

$$F_R^{max}\cos\theta + N\sin\theta = mg \quad (\text{vertikalt};\ a_{vert} = 0)$$

$$N(\mu\cos\theta + \sin\theta) = mg$$

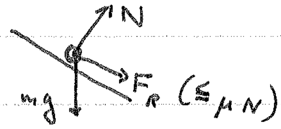
$$N = mg/(\mu\cos\theta + \sin\theta)$$

$$\Rightarrow -\mu \frac{\cancel{m}g\sin\theta}{\mu\cos\theta + \sin\theta} + \frac{\cancel{m}g\cos\theta}{\mu\cos\theta + \sin\theta} = \cancel{m} r\,\omega_{min}^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\omega_{min}^2 = \frac{g}{r}\left\{\frac{\cos\theta - \mu\sin\theta}{\mu\cos\theta + \sin\theta}\right\}}}$$

[Sjekk: $\theta = 0 \Rightarrow \omega_{min}^2 = \frac{g}{\mu r}$, ok!]

c) Nå virker $\vec{F}_R$ <u>nedover</u> langs veggen:



$$\Rightarrow N\cos\theta + F_R\sin\theta = m\omega_0^2 r = \frac{mg}{\mu}$$

$$N\sin\theta - F_R\cos\theta = mg$$

$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow N(\cos\theta + \mu\sin\theta) &= mg/\mu \\ N(\sin\theta - \mu\cos\theta) &= mg \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\cos\theta + \mu\sin\theta}{\sin\theta - \mu\cos\theta} = \frac{1}{\mu}$$

$$\Rightarrow \cos\theta + \mu\sin\theta = \frac{1}{\mu}\sin\theta - \cos\theta \Rightarrow 2\cos\theta = \left(\frac{1}{\mu} - \mu\right)\sin\theta$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{2}{\frac{1}{\mu} - \mu} = \frac{2\mu}{1-\mu^2} \Rightarrow \boxed{\theta_0 = \arctan\frac{2\mu}{1-\mu^2}}$$

[Sjekk: $\mu \to 0 \Rightarrow \theta_0 \to 0$ OK! $\quad \mu \to 1 \Rightarrow \theta_0 \to \arctan(+\infty) = \frac{\pi}{2}$ OK!!]

d) $r = 10\,m$ og $\mu = 0.7$ gir:

$$\omega_0 = \sqrt{9.8/10\cdot 0.7}\ \text{rad/s} \approx 1.18\ \text{rad/s} \approx \underline{\underline{1.2\ \text{rad/s}}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi/\omega_0 = \underline{\underline{5.3\ s}}$$

$$v_0 = \omega_0 r = 1.18\ s^{-1}\cdot 10\,m = 11.8\ m/s \approx \underline{\underline{43\ km/h}}$$

$$\theta_0 = \arctan \frac{2\mu}{1-\mu^2} = \arctan \frac{2\cdot 0.7}{1-0.49} = \arctan 2.75 \approx \underline{\underline{70^\circ}}$$

[$\mu = 0.7$ er rimelig, tror jeg, og $r = 10\,m$ oppfyller $r \gg h_{person} \sim 2\,m$]