

UTGAVE 20. jan. 2009

**LABORATORIUM I EMNE**

**TFY4165 TERMISK FYSIKK**

**for studenter ved studieprogrammet**

**MTFYMA**

**NTNU**

**Våren 2009**



## Forord

Dette heftet inneholder tekster til laboratoriekurset til emnet TFY4165 Termisk fysikk. Dette utgjøres av praktiske laboratorieoppgaver og forutgående seminarer til hver oppgave.

En generell beskrivelse av TFY4165 Termisk fysikk finnes på følgende nettside:  
<http://home.phys.ntnu.no/instdef/undervisning/tfy4165/index.html>  
og laboratoriekurset spesielt:  
[http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4165\\_lab/index.html](http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4165_lab/index.html).

På disse nettsidene vil studentene finne all nødvendig informasjon om påmeldinger til laboratoriet, timeplaner, romfordelinger osv.

*Pawel Sikorski   Anne Borg   Thomas Ramstad   Arne Mikkelsen*

20. desember 2005

## Prefatory remarks on the 2009 version

The last version of this booklet contained description of two exercises: (a) heat pump and (b) atomic spectral lines. In the new version, the latter has been replaced by an exercise involving the determination of the specific heat of metals; this material is presented in English.

K. Razi Naqvi

January 21, 2009.



# Innhold

<b>1</b>	<b>VARMEPUMPE</b>	<b>1</b>
1.1	Teoretisk bakgrunn . . . . .	1
1.1.1	Termodynamikkens 1. lov . . . . .	2
1.1.2	Varmekraftmaskin . . . . .	2
1.1.3	Kjølemaskin . . . . .	2
1.1.4	Entalpi . . . . .	3
1.1.5	Varmepumpas oppbygging . . . . .	4
1.1.6	$pV$ -diagram for varmpumpas syklus . . . . .	5
1.1.7	Syklus fremstilt i $pH$ -diagram . . . . .	6
1.2	Beregningsoppgaver . . . . .	9
1.2.1	Virkningsgrad . . . . .	9
1.2.2	Kretsløpsanalyse . . . . .	9
1.3	Eksperimentelt . . . . .	11
1.3.1	Apparatur . . . . .	11
1.3.2	Innledende observasjoner . . . . .	13
1.3.3	Målinger . . . . .	13
1.3.4	Diskusjon . . . . .	14
1.3.5	Avslutning . . . . .	14
1.4	Tillegg:	
	Krav til og klassifikasjon av kjølevæsker . . . . .	14
<b>2</b>	<b>SPECIFIC HEAT CAPACITY OF METALS</b>	<b>19</b>
2.1	Theoretical background . . . . .	19
2.1.1	Introduction to calorimetry . . . . .	19
2.1.2	Classical view of specific heats (based on kinetic theory) . . . . .	20
2.1.3	Einsteins theory of the heat capacity of a solid . . . . .	21
2.2	Pre-lab tasks . . . . .	21
2.2.1	Diamond: Einstein's choice . . . . .	22
2.2.2	Data on aluminium . . . . .	23
2.2.3	Specific heat of a diatomic gas . . . . .	24
2.2.4	The actual experiment . . . . .	25
2.3	In the laboratory . . . . .	26
2.3.1	Laboratory etiquette . . . . .	26
2.3.2	Collection and analysis of data . . . . .	27
2.4	Specific heat data for aluminium . . . . .	28

2.5	Specific heat data for fluorine . . . . .	30
2.6	Operating the balance . . . . .	31
<b>Bibliography</b>		<b>33</b>

# Kapittel 1

## VARMEPUMPE

### Mål

Du skal i denne laboratorieoppgaven

- få kunnskap om og erfaring med termodynamiske kretsprosesser,
- analysere kretsprosessen i ei varmepumpe,
- måle virkningsgraden til ei varmepumpe.

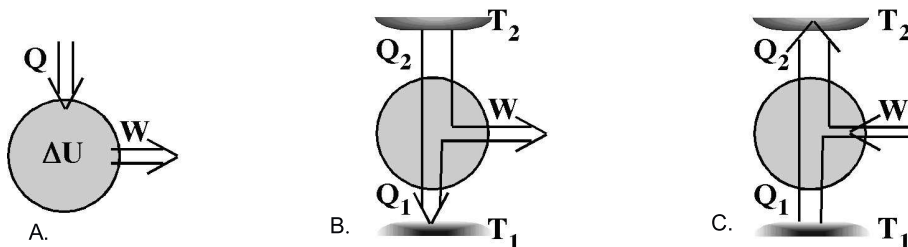
### 1.1 Teoretisk bakgrunn

Varmepumpa er et eksempel på hvordan vi utnytter termodynamiske prinsipper til å forbedre hverdagen. Varmepumpa kan beskrives som et modifisert kjøleskap hvor vi ikke er primært interessert i avkjølingseffekten men isteden benytter den varmen som kjøleskapet avgir.

Tanken om å bruke termodynamiske prinsipper til oppvarming er ikke ny, dette ble foreslått for over 150 år siden. Basisteknologien er heller ikke ny ettersom industrielle kjølesystemer har vært i bruk siden 1850 og kjøleskap for forbrukere ble vanlige rundt 1930. Overskudd av billig elektrisk og fossil energi i sammenheng med dyr kjøleteknologi gjorde imidlertid at varmepumpa inntil ganske nylig ikke var interessant for vanlige forbrukere. Dette har endret seg i løpet av de siste årene og varmepumpa er i dag svært aktuell som strømsparende element hvor man trekker varmeenergi fra et vannreservoar, fra jorda eller fra lufta og bruker denne energien til å varme opp boliger. Det geniale ligger i at man bruker termodynamiske prinsipper til å ta varme fra et kaldt (i forhold til innelufta) medium og deretter bruke denne varmen å vedlikeholde en høyere temperatur i et annet medium.

### 1.1.1 Termodynamikkens 1. lov

Selve grunnloven for termodynamikken – termodynamikkens 1.lov om energiens bevaring – er vist i figur 1.1A. Varmer  $Q$  inn i systemet går med til 1) å øke indre energi  $\Delta U$ , 2)



Figur 1.1: Energiflytdiagram som viser: (A) Termodynamikkens 1. lov, (B) varmekraftmaskin og (C) kjølemaskin/varmepumpe.

å utføre et arbeid  $W$ . Første hovedsetning i termodynamikken sier at for enhver prosess der varme tilføres og arbeid utføres på et system, vil den totale tilførte energien være lik økningen av systemets indre energi:

$$\Delta U = Q - W. \quad (1-1)$$

Fortegnsregel brukt i likning (1-1) og av de fleste fysikere: Varmer  $Q$  positiv inn og arbeid  $W$  positiv ut av systemet.

### 1.1.2 Varmekraftmaskin

Figur 1.1B viser energiflyten i en varmekraftmaskin. Maskinen (som i det seinere også kalles systemet) trekker ut en viss varme  $Q_2$  fra et reservoar med høy temperatur  $T_2$ , produserer arbeidet  $W$  og gir i tillegg fra seg en mindre varmemenge  $Q_1$  til et reservoar med lav temperatur  $T_1$ . En varmekraftmaskin må som alle termodynamiske maskiner være en syklisk maskin. Ifølge termodynamikkens 2. lov er det ikke mulig for en syklisk arbeidende maskin å omdanne all varme til arbeid. Derfor kan ikke  $Q_1 = 0$  i figur 1.1B.

En viktig faktor når vi omtaler systemer som er basert på varmekraft er virkningsgraden til prosessen, det vil si hvor mye nytte får vi ut i forhold til kostnaden til det vi putter inn i prosessen.

Virkningsgraden  $\eta$  for en varmekraftmaskin er derfor definert som

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{\text{nytte}}{\text{kostnad}}. \quad (1-2)$$

### 1.1.3 Kjølemaskin

Figur 1.1C viser energiflyten i et kjøleskap eller ei varmepumpe. I kjøleskapet bruker vi energi  $W$  til å fjerne en varme  $Q_1$  fra skapet som har temperatur  $T_1$ . Varmen  $Q_2$  avgis



til romlufta med temperatur  $T_2$ . For å få effektiv kjøling bør naturligvis  $Q_1$  være så stor som mulig i forhold til den anvendte energi  $W$ , og vi definerer en kjølefaktor  $\epsilon$  eller  $\eta_R$  (subskript R står her for refrigerator)

$$(\epsilon = ) \quad \eta_R = \left| \frac{Q_1}{W} \right| = \frac{\text{nytte}}{\text{kostnad}}. \quad (1-3)$$

For varmepumpa gjør vi egentlig det samme, idet vi her bruker den tilførte energien  $W$  til å trekke varmen  $Q_1$  fra et rimelig kjølig medium ved temperatur  $T_1$  (f.eks. havvann eller uteluft) og overføre den som varme  $Q_2$  til et varmere medium ved temperatur  $T_2$  (inneluft). Her er vi interessert i at  $Q_2$  blir så stor som mulig og effektfaktoren  $\epsilon$  eller  $\eta_{HP}$  (subskript HP står her for Heat Pump) for varmepumpa blir

$$(\epsilon = ) \quad \eta_{HP} = \left| \frac{Q_2}{W} \right| = \frac{\text{nytte}}{\text{kostnad}}. \quad (1-4)$$

Den praktiske virkningsgraden for en varmeprosess som drives mellom to reservoar med temperaturer  $T_1$  og  $T_2$ , er avhengig av mange faktorer. Det kan ut fra termodynamikkens 2. lov vises at ingen av maskinene kan ha virkningsgrad høyere enn virkningsgraden for en Carnotmaskin. Når maskinen er ei varmepumpe, får vi

$$\eta_{HP, \text{maks}} = \eta_{HP, C} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} = \frac{T_2}{\Delta T}. \quad (1-5)$$

Denne relasjonen er utpreget teoretisk, men tendensen viser det beklagelige faktum at en luft-luft varmepumpe vil miste effektivitet når kuldegradene virkelig setter inn og  $\Delta T$  blir stor, mens en vann-luft(vann) varmepumpe fremdeles vil være effektiv ettersom temperaturen i et stort vannreservoar som regel endrer seg forholdsvis lite i løpet av vinteren.

Merk at virkningsgraden for en varmekraftmaskin alltid er mindre enn 1,0 mens for en kjølemaskin/varmepumpe er den alltid større enn 1,0.

### 1.1.4 Entalpi

Når vi analyserer bestemte typer termodynamiske prosesser, spesielt i kraftproduksjon og kjøling, støter vi ofte på kombinasjonen  $U + pV$  der  $U$  = indre energi,  $p$  = trykk og  $V$  = volum. Denne kombinasjonen blir definert som entalpien  $H$ :

$$H \stackrel{\text{def}}{=} U + pV. \quad (1-6)$$

Entalpien er spesielt nyttig for isobare prosesser, idet varme  $Q$  tilført går i sin helhet til økt entalpi:

$$\Delta H \stackrel{\text{konst } p}{=} \Delta U + p\Delta V = \Delta U + W = Q, \quad (1-7)$$

der siste overgang er fra 1. hovedsetning i likning (1-1). Nødvendig varme for ulike termodynamiske prosesser (smeltevarme, kondensasjonsvarme etc.) oppgis gjerne ved  $\Delta H$  fordi slike prosesser er antatt å skje ved konstant trykk  $p$  (oftest 1 atmosfære). Tilført varme går altså med til å øke den indre energien  $U$  pluss å gjøre ytre arbeid  $p\Delta V$ , summert i  $\Delta H$ .

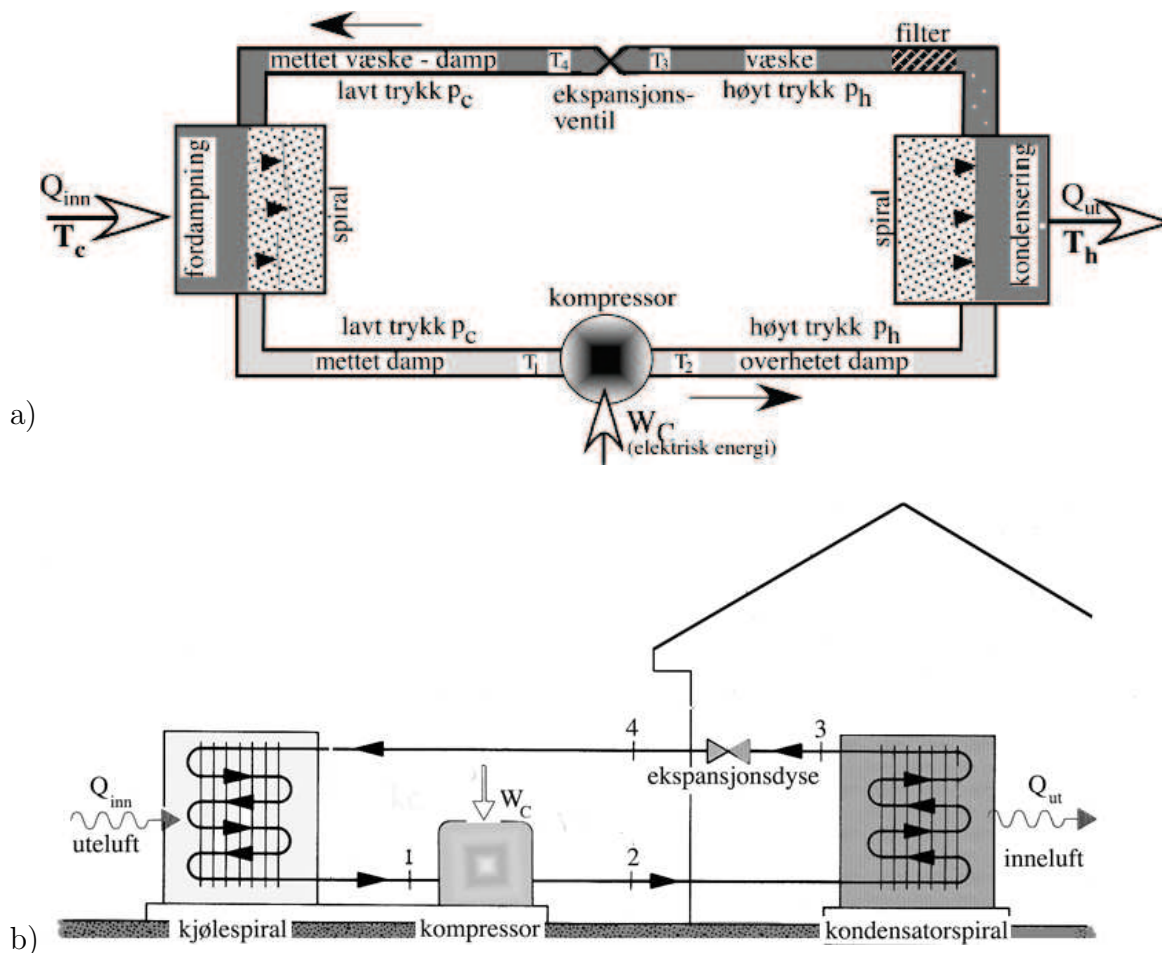
Med fortegnskonvensjonen i figur 1.1A vil vi ha:

Fordampingsvarme:  $Q = \Delta H > 0$  (varme inn i systemet)

Kondensasjonsvarme:  $Q = \Delta H < 0$  (varme ut av systemet)

### 1.1.5 Varmepumpas oppbygging

Den prinsipielle oppbyggingen av varmepumpa er vist i figur 1.2a. Virkemåten er basert på at et kjølemedium vekselvis fordamper og kondenserer.



Figur 1.2: (a) Prinsippskisse av varmepumpe. (b) Konstruksjonen av en luft-til-luft varmepumpe. Fordamperenheten er markert med "kjølespiral", et navn som henger igjen fra kjøleterminologien.

For å forstå varmepumpas virkemåte må vi ha i minne definisjonen av varme: Varme er en strøm av energi mellom to systemer som skyldes temperaturforskjell mellom systemene.

La oss først se på fordampingen (kokingen). I fordamperenheten tilføres kjølemediet varme  $Q_{\text{inn}}$  slik at det først varmes opp til kokepunktet og så fordamper (koker). Det meste av varmen går med til fordampingen. Trykket må være så lavt at kokepunktet ligger lavere enn temperaturen til omgivelsene (lufta eller vannet). Det lave trykket sørges for av en ekspansjonsventil (dyse) foran fordamperenheten.

Så til kondensasjonen: I kondensatorenheten strømmes varme  $Q_{\text{ut}}$  fra kjølemediet til omgivelsene. Gassen avkjøles til kokepunktet (doggpunktet) og vil så kondensere. Det meste av energien fragjøres p.g.a. kondensasjonen. Trykket må være så høyt at kokepunktet ligger høyere enn temperaturen til omgivelsene. Det høye trykket sørges for av en kompressor mellom fordamperenhet og kondensasjonsenhet.

Oppbyggingen av en luft-luft varmepumpe til boligoppvarming er vist i figur 1.2b. Her brukes en kraftig vifte (ikke vist på figuren) til å føre store luftmengder med uteluft over fordamperenheten (merket “kjølespiral”). Varmeinnholdet i denne lufta blir brukt til å koke (fordampe) kjølemediet. Kompressoren øker trykket og den overopphetede dampen føres inn i huset hvor den kondenserer i kondensatorspiralen med følgende varmeavgivelse. Denne spiralen er plassert foran en vifte som sender den oppvarmede lufta inn i rommet.

### Oppsummert:

Varmerpumper fra kalde til varme omgivelser når følgende er oppfylt:

1. I fordamperenheten (“kjølespiralen”) må temperaturen i kjølemediet være **lavere** enn temperaturen i omgivelsene. P.g.a. temperaturforskjellen transporteres varme fra omgivelsene til kjølemediet, varmen gir fordamping.
2. I kondensatorenheten (“kondensatorspiralen”) må temperaturen i kjølemediet være **høyere** enn temperaturen i omgivelsene. P.g.a. temperaturforskjellen transporteres varme fra kjølemediet til omgivelsene slik at kjølemediet kondenserer.
3. Vi ser av pkt. 1 at på fordampersida må mediets kokepunkt ligge godt **under** omgivelsenes temperatur. Dette oppnås ved å ha tilstrekkelig **lavt** trykk.
4. Vi ser av pkt. 2 at på kondensatorsida må mediets kokepunkt ligge godt **over** omgivelsenes temperatur. Dette oppnås ved å ha tilstrekkelig **høyt** trykk.

Hvilke krav vi må stille til kjølemediet vil bli detaljert i avsnitt 1.4.

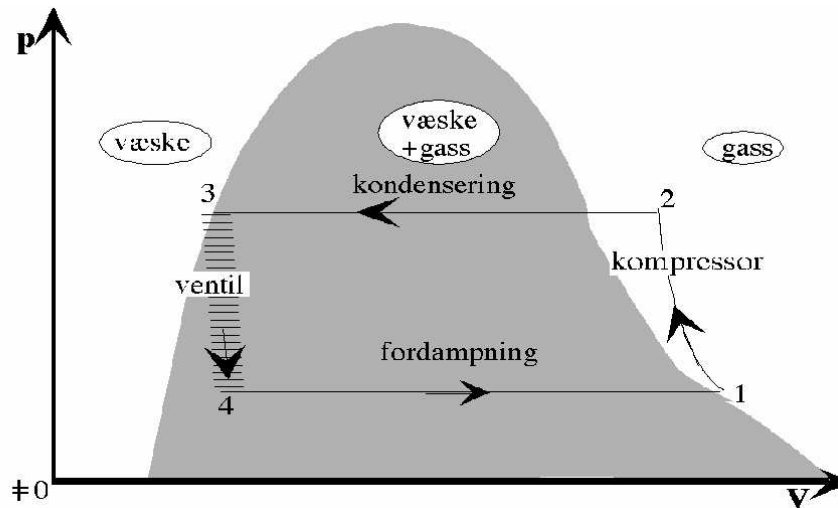
### 1.1.6 $pV$ -diagram for varmepumpas syklus

Vi skal først vise hvordan varmepumpas termodynamikk fremstilles som funksjon av trykk og volum, figur 1.3.<sup>1</sup>

Den grå “haugen” som kommer opp på midten representerer området hvor væske og damp kan sameksistere. Til venstre for området er kjølemediet i væskeform, mens den til høyre er i gassform. I tilstand 2 er kjølevæsken i dampform. Dampen avkjøles til den når doggpunktet og kondenseres langs 2–3. Fordampingsvarme avgis og i tilstand 3 er alt kjølemediet i væskeform. Langs 3–4 synker trykket og noe av væsken fordampes. Denne delen av prosessen er ikke reversibel (som antydning med en stipling), men ettersom vi kjenner start- og sluttverdier til trykk og volum betyr dette ikke noe for analysen. Systemet

---

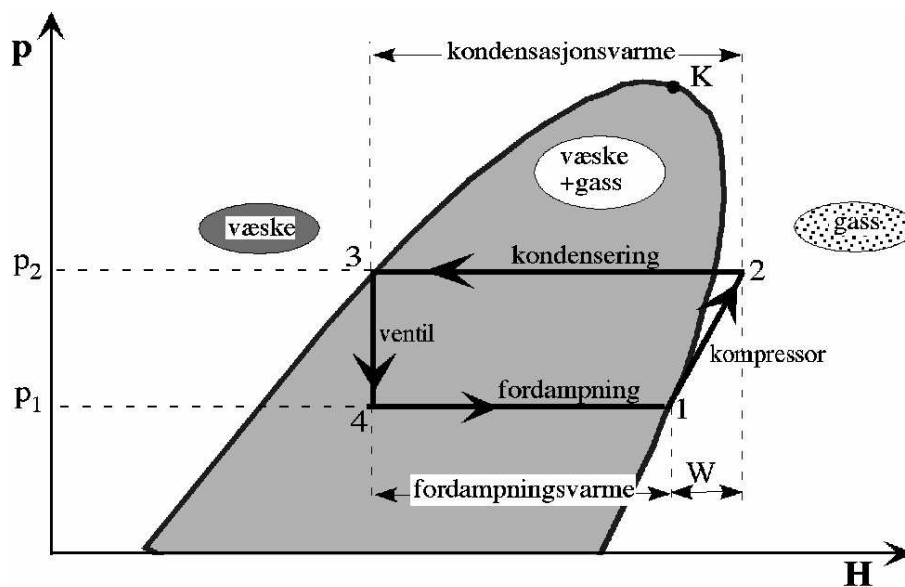
<sup>1</sup>Legg merke til at vi her bare ser på den delen av diagrammet for kjølemediet som er interessant for prosessen, slik at her representerer ikke origo nullpunktet hverken for trykket eller volumet. Hvis vi ønsker å få med mest mulig av ekstremal-områdene må vi tegne i  $\log p$ -skala, dette gjøres nesten alltid i tekniske datablad.

Figur 1.3:  $pV$ -diagram for varmepumpe.

ekspanderer deretter langs 4–1 under konstant trykk og mesteparten av mediet er da fordampet ved tilførsel av varme. Dampen komprimeres til slutt langs 1–2. Temperaturen øker og eventuelt resterende væske fordampes.

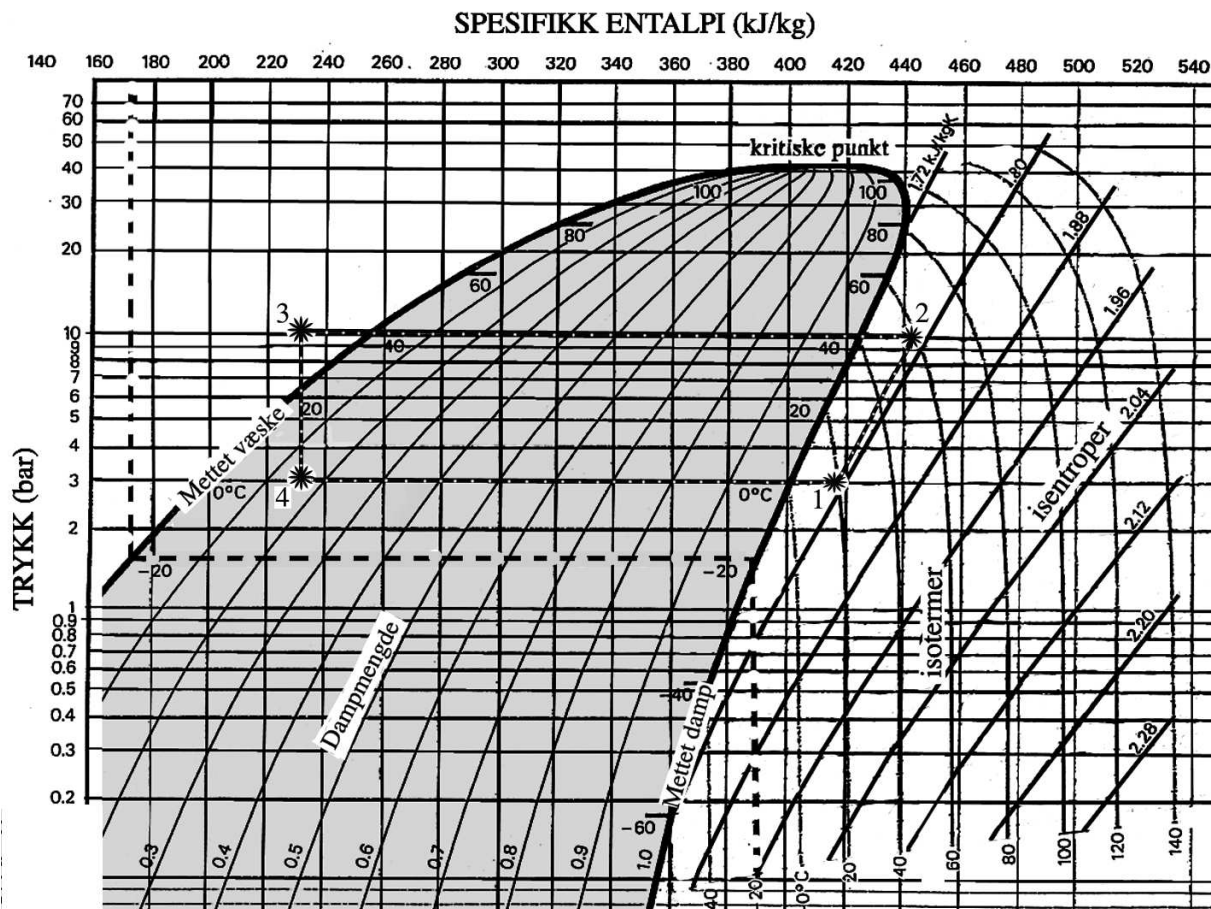
### 1.1.7 Syklus fremstilt i $pH$ -diagram

Vi vil først vise syklusen i et forenklet  $pH$ -diagram i figur 1.4. Før vi går løs på selve

Figur 1.4: Trykk-entalpidiagram ( $pH$ -diagram) for varmepumpe.

syklusen kan vi knytte noen kommentarer til selve diagrammet. Som for  $pV$ -diagrammet viser det grå området hvor kjølemediet forekommer som en blanding av væske og gass

(damp). Innenfor dette området kan det trekkes kurver for konstant relativ andel av damp – dette er ikke gjort her men vil finnes på det noe mer omfattende diagrammet i figur 1.5. Grenselinja som avgrenser området til venstre er kurva for mettet væske, eller kokepunktlinja. Til venstre for denne linja forekommer mediet bare som væske. Grenselinja til høyre representerer doggpunktlinja. Til høyre for denne linja eksisterer mediet bare i gassfase. Kokepunkt og doggpunktlinjene møtes i det kritiske punktet K – over dette punktet blir gass og væske uatskillbare tilstander.



Figur 1.5:  $\log p$ - $H$ -diagram for varmepumpe med typiske målepunkter (\*) inntegnet. Forstørret utgave av diagrammet finner du i figur 1.8 side 17.

Følg med i det forenklede diagrammet i figur 1.4. Syklusen 1-2-3-4-1 er tegnet inn i diagrammet med piler som angir retningen av prosessen. Vi ser at syklusen blir ganske enkel i dette diagrammet. Den ligger mellom to isobarer  $p_1$  og  $p_2$  (de to horisontale linjene) og overgangen skjer ved en såkalt isentrop 1-2 og en isentalp 3-4.<sup>2</sup>

Punkt 1 tilsvarer tilstanden til dampen like før den blir komprimert, dvs. ved inngangen til kompressoren. Punkt 2 er tilstanden i væska umiddelbart etter komprimeringen. Punktene 3 og 4 er tilstandene like før – og etter strupingen. Ettersom  $H$  representerer energi kan vi finne energibidragene i prosessen å lese av langs  $H$ -aksen: Fordampingsvarmen leses av mellom 4-1 og kondensasjonsvarmen leses av mellom 2-3, men korrigert for

<sup>2</sup>Avstrupningsprosessen 3-4 er lik Joule-Thomson-prosessen som er en isentalpisk prosess.

den korte biten mellom 2 og dogglinja, energien her gir oppvarming av gassen. Tilført energi  $W_C$  i kompressoren finnes ved å gå fra 1–2 langs  $H$ -aksen.

Vi skal nå gjøre oss kjent med den type entalpiediagram som brukes i praksis og hvordan målinger plottes inn i slike diagram. Diagrammet som er vist i figur 1.5 er en litt forenklet versjon av det kommersielle entalpiediagrammet for kjølemediet R-134a som anvendes i vår varmepumpe. Det kommersielle diagrammet finner dere i figur 1.8 side 17.

Først litt kommentarer til selve diagrammet:

Som det fremgår av navnet er trykket  $p$  fremstilt i en logaritmisk skala – på utsnittet ser vi at skalaverdiene går fra ca. 80 bar – et svært høyt trykk, rundt 30 ganger trykket i en bilslange – til 0,08 bar som omtrent er lufttrykket ved 15000 m.o.h. En isobar vil være representert med ei horisontal linje.

Entalpien representerer energi, og energiinnholdet i kjølemediet øker når vi beveger oss mot høyre i diagrammet og avtar når vi beveger oss mot venstre. Energien er gitt per masseenhed av kjølemediet, derfor enheten kJ/kg. Avgitt eller opptatt energimengde mellom to tilstander er gitt som differansen mellom entalpiverdiene; f.eks. har kjølemediet opptatt ca.  $(418 - 230) \text{ kJ/kg} = 188 \text{ kJ/kg}$  ved å gå fra tilstand 4 til 1 på diagrammet i figur 1.5. Innenfor det mørkere arealet eksisterer kjølemediet som en blanding av væske og damp, relativ dampmengde går fra 0 som er mettet væske til 1,0 som er mettet damp. De skrå linjene representerer kurver for konstant relativ dampmengde, andelen angitt med tall nederst.

Isotermene representerer kurvene for konstant temperatur. En isoterm (eksempelvis den stiplede  $-20^\circ$ -isotermen i figuren) følger den angitte kurva i gassen til høyre og inne i området med likevekt væske-damp går isotermen langs en isobar fordi enhver tilføring av varme ikke gir temperaturøkning men fordamping av væske. Når det er 100% væske vil isotermen følge en isoentalp når vi regner væska inkompressibel. Dette skyldes at enhver varmetilførsel ( $\Delta H$ ) i ei inkompressibel væske må gi temperaturøkning, ingenting kan tas opp som volumendring.

Den siste kurveskaren i  $\log p$ - $H$ -diagrammet er isoentropene som representerer konstant entropi. En reversibel adiabatisk prosess er isentropisk, isentropene representerer derfor reversible prosesser uten varmeoverføring. Prosessen 1–2 er eksempel på dette; kompressorens komprimering er tilnærmet isentropisk med energitilførsel lik arbeidet  $W_C$ .

På kurva er plottet inn målepunkter merket \* fra et virkelig forsøk med ei varmepumpe av vår type. Numeriske verdier for disse er vist i tabell 1.1.<sup>3</sup>

Referert til figurene 1.2 og 1.5 er nå

**Punkt 1** gitt ved tilstanden til kjølemediet ved inngangen til kompressoren, dvs. der hvor  $20^\circ$ -isotermen krysser 3,0 bar-isobaren.

**Punkt 2** er utgangen av kompressoren og er gitt ved kryssing mellom  $58^\circ$ -isotermen og 10,5 bar-isobaren. Dette punktet kan også finnes ved å følge isentropen gjennom punkt

---

<sup>3</sup>For å skille mellom tid og temperatursymboler bruker vi her og i det følgende  $T$  for å indikere temperatur målt i  $^\circ\text{C}$  – normalt skal  $T$  brukes om absolutt temperatur målt i K(elvin).

Tabell 1.1: Typiske verdier for temperaturer og trykk i kjølemediet. Verdiene basert på målte verdier når varmepumpa er i arbeid. Merk at avleste verdier på trykkmålerne er relativt ytre lufttrykk, som vi antar er 1,0 atmosfære. For symbolene refereres til figur 1.5.

Parameter	Symbol	Verdi
Trykk fordamperside (“cold”)	$p_c$	2,0 bar + atmosfæretrykket = 3,0 bar
Trykk kondensatorside (“hot”)	$p_h$	9,5 bar + atmosfæretrykket = 10,5 bar
Temp. ved inngang kompressor	$T_1$	+20°
Temp. ved utgang kompressor	$T_2$	+58°
Temp. ved inngang ekspansjonsdyse	$T_3$	+24°
Temp. ved utgang ekspansjonsdyse	$T_4$	+1,5°
Temp. vannbeholder fordamperside	$T_c$	+2,6°
Temp. vannbeholder kondensatorside	$T_h$	+30,5°

1 til kryssing 10,5 bar-isobaren.

**Punkt 3** er inngangen til ekspansjonsdysen og er gitt ved kryssing mellom 24°-isotermen og 10,5 bar-isobaren.

**Punkt 4** finnes ved å følge isoentalpilinja gjennom 3 nedover inntil den krysser 3,0 bar-isobaren. I dette punktet skal også isotermen for den målte temperaturen +1,5° finnes, og vi ser at det stemmer rimelig bra. Deretter kan vi følge isobaren for 3 bar tilbake til punkt 1 og vi kan nå tegne opp syklusen ved å trekke rette linjer 2–3, 3–4 og 4–1 samt ei linje som går tilnærmet parallelt med isentropen fra 1 til 2.

## 1.2 Beregningsoppgaver

### 1.2.1 Virkningsgrad

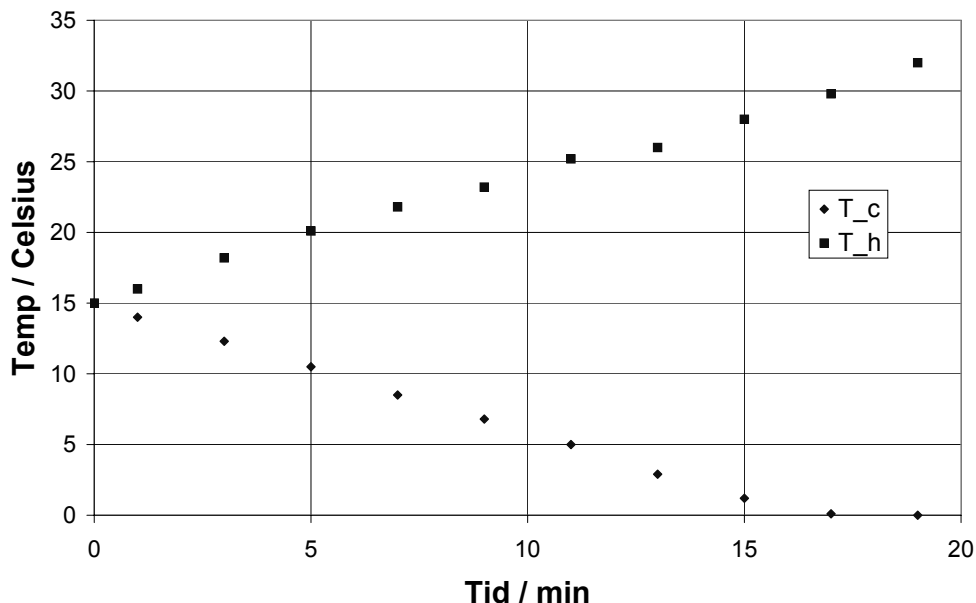
Ei lita varmepumpe av samme type som du skal bruke i eksperimentene i avsnitt 1.3 brukes til å pumpe varme mellom to beholdere, hver med 4,00 l vann. Temperaturutviklingen i beholderne over en periode på 15 minutter er vist i figur 1.6. I løpet av denne perioden trakk kompressoren en gjennomsnittseffekt på 200 W.

**1. Bestem virkningsgraden for pumpa s.f.a. temperaturforskjellen ( $T_h - T_c$ ) mellom vannbeholderne.** Finn verdi for 3-4 punkter. Neglisjer varmetap til omgivelsene. Oppgitt: Vannets varmekapasitet er 4,2 kJ/(kg K) og vannets massetetthet 1,00 kg/l rundt disse temperaturer.

**2. Bestem tilsvarende virkningsgrad for ei ideell Carnotvarmepumpe.**

### 1.2.2 Kretsløpsanalyse

**3. Tegn opp ei damptrykkurve for kjølemediet R134a basert på  $\log p$ - $H$ -diagrammet i figur 1.8 side 17.** Ei damptrykkurve viser hva damptrykket er (i kPa) som



Figur 1.6: Temperaturutvikling i henholdsvis varm ( $T_h$ ) og kald ( $T_c$ ) vannbøtte for ei varmepumpe, som funksjon av tida.

funksjon av temperaturen, når det er likevekt mellom damp og væske (mettet damp). Bruk fortrinnsvis enkeltlogaritmisk papir.

På varmepumpa er det blitt gjort målinger på kjølemediet som vist i tabell 1.1 (side 9). Temperaturene ble målt på overflata til kopperrørene som utgjør kretsløpet.<sup>4</sup>

4. Basert på måleverdiene i tabell 1.1 tegn arbeidssyklusen for pumpa inn på  $\log p$ - $H$ -diagrammet for R134a i figur 1.8.

5. Hvor i syklusen er det størst utveksling av energi?

6. Hvor mye energi blir tilført kjølemediet under kompresjonen?

7. Beregn virkningsgraden for varmepumpa når du antar at all energi som tilføres kompressoren går til å komprimere gassen. Sammenlikn resultatet med virkningsgraden beregnet i avsnitt 1.2.1 (målt verdi og teoretisk beregnet). Gi en forklaring på eventuelle forskjeller i de funne verdier.

8. Estimer massetransporten i kretsløpet i gram/minutt.

<sup>4</sup>Vi må anta at temperaturen i kjølemediet innenfor målepunktet er den samme som målt temperatur. Der hvor kjølemediet er flytende er denne antakelsen sannsynligvis brukbar, men der hvor kjølemediet er i gassform forventes et ikke-neglisjerbart temperaturfall fra kjølemediet til overflata av kopperrøret. Måleresultatene som er angitt i tabellen forventes derfor å være systematisk noe lave der hvor kjølemediet er i gassform.



## 1.3 Eksperimentelt

### 1.3.1 Apparatur

Følgende instrumenter inngår i oppstillingen:

- **Varmepumpe** Leybold Hereaus pT; 200 W, kjølevæske R134a.
- Rørepinne.
- Kjølevifte.

I den følgende forklaring vises til bildet i figur 1.7 (side 12).

Vi leser av følgende temperaturer på digitaltermometrene som er montert i panelet øverst: Før ( $T_1$ ) og etter ( $T_2$ ) kompressoren, før ( $T_3$ ) og etter ( $T_4$ ) ekspansjonsdysen og i vannbeholderne ( $T_c$ ,  $T_h$ ).

To manometre ( $p_c$  og  $p_h$ ) for trykkmåling er montert inn i systemet. Trykket i bar leses av på ytterste skala. Trykket er gitt i forhold til atmosfæretrykket som settes til 1,0 bar og atmosfæretrykket må legges til når vi skal plote trykket i entalpidiagrammet. Innenfor trykkskalaen på manometrene har vi temperaturskalaer som viser doggpunktet/koepunktet for angjeldende trykk for forskjellige kjølemedier – vi må bruke skala som er merket R-134a, som er vårt kjølemedium.

Vannreservoarene (bøttene) står på svingbare hyller - de to spiralene inne i bøttene er vist ved hjelp av digital bildemanipulering. De to uttakene på sidene av enkelte bøtter kan brukes i tilfelle vi ønsker å kjøre vann kontinuerlig. Bruk blå bølge ved fordamperspole (FS), da vannet her blir kaldt; og rød bølge ved kondensatorspole (KS), da vannet her blir varmt.

Filteret tar bort og kondenserer eventuelle gassrester i kjølemediet som nå er i væskeform. Under passasjen fra fordamper (FS) til kompressor varmes kjølemediet opp til omtrent romtemperatur før den ved fullført kretsløp går inn i kompressoren. Varmepumpa er koplet til nettet via et wattmeter som viser den elektriske effekten som sendes inn. I tillegg kan vi lese av tid, energiforbruk, strøm, spenning og kostnad.

Prosessen i varmepumpa reguleres av to kontrollsystemer:

1. Åpningen av ekspansjonsventilen blir styrt av temperaturforskjellen mellom temperaturen i kjølemediet ved inngang og utgang fra fordamperen. Kontrolleren er den tynne kveilen som dere ser på toppen av ekspansjonsventilen. Denne svært viktige kontrollfunksjonen sikrer at trykkfallet fra  $p_h$  til  $p_c$  blir riktig.
2. Trykket på kondensatorsiden blir overvåket av regulatoren slik at kompressoren slås av hvis trykket overstiger 16 bar. Hvis dette skjer vil dere ikke kunne starte kompressoren på nytt før trykket har falt til 9 bar. *Fra damptrykkkurva i figur 1.5 ser vi at damptrykket vil være ca. 16 bar ved ca.  $+50^\circ\text{C}$  på kondensatorsiden. Vi kan lett oppnå denne temperaturen hvis vi kjører varmepumpa for lenge eller uten vann i beholderen på kondensatorsiden. Dette bør vi unngå under eksperimentet.*



Figur 1.7: Varmepumpa. FS = fordamperspole, KS = kondensatorspole. De øvrige symboler er forklart i teksten.

### 1.3.2 Innledende observasjoner

Svar på følgende spørsmål før du slår på varmepumpa første gangen:

1. Hvilket trykk forventer du at det skal være i kretsløpet før kompressoren starter? - På kondensatorsida, enn på fordampersida? Baser svaret på  $\log p$ - $H$ -diagrammet i figur 1.8 eller kurva du tegnet i oppgave 3 i avsnitt 1.2.2.
2. Les av trykket på manometrene og sjekk ditt svar.
3. Er kjølemiddelet i væske eller dampform?
4. Sjekk om manometrenes temperaturskala for R-134a stemmer med damptrykkkurva du har funnet i oppgave 3 i avsnitt 1.2.2.

### 1.3.3 Målinger

1. Fyll vann med temperatur rundt  $15^\circ\text{C}$  i begge bølter og start pumpa når dere er klar til å begynne målingene. Mål volumet av vann du fyller opp.  
*Rør meget godt i bøttene under kjøringen – spesielt i den kalde bøtta hvor det lett kan danne seg is nær spiralen. NB! Hvis dere rører godt vil dere kunne få temperaturer under  $0^\circ\text{C}$  i den kalde bøtta, vannet er da underkjølt og straks røringen stopper vil vannet fryse.*
2. Mål temperaturen i bøttene med 2 minutters mellomrom i minst 20 minutter. Samtidig som bøttetemperaturen  $T_c$  og  $T_h$  måles, mål også temperaturene på rørene før og etter kompressor ( $T_1$  og  $T_2$ ), før og etter ventil ( $T_3$  og  $T_4$ ), manometerverdiene  $p_c$  og  $p_h$  og den elektriske effekten  $P$  i watt. Plott temperaturutviklingen i de to bøttene i samme graf omlag som grafen i figur 1.6.
3. Beregn teoretisk virkningsgrad  $\eta_C(\Delta T)$  (for en Carnotprosess) og eksperimentell virkningsgrad  $\eta(\Delta T)$  etter 2, 10, og 22 minutter fra start.  
Fra likning (1-5) (her må temperatur selvsagt angis i kelvin!)

$$\eta_C = \frac{T_h}{T_h - T_c} = \frac{T_h}{\Delta T}. \quad (1-8)$$

Eksperimentell virkningsgrad fra likning (1-4):

$$\eta = \frac{Q_2}{W_C} = \frac{c m_h \Delta T_h}{P \cdot t}, \quad (1-9)$$

hvor  $c$  er spesifikk varmekapasitet for vann ( $4,18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ ),  $m_h$  er massen av vannet i den varme bøtta,  $\Delta T_h$  er temperaturøkningen i den varme bøtta,  $P$  er den elektriske effekten inn til kompressoren og  $t$  er tida som er forløpt.

4. Tegn syklusen inn i det vedlagte  $\log p$ - $H$ -diagrammet med verdiene etter 10 minutter.  
Bestem  $\eta$  fra forholdet mellom kondensasjonsvarme og tilført energi slik det fremkommer på ditt  $\log p$ - $H$ -diagram (Tips: Se figur 1.4 og likning (1-4)).

Dere vil ventelig få en virkningsgrad som er vesentlig høyere enn den som er målt ovenfor, kan du gi en forklaring på dette?

5. Hvordan ser kretsprosessen ut ved start når de to temperaturene er tilnærmet like?
6. Kjør varmepumpa i luft (forsiktig). Bruk vifte på kondensatorspiralen. Følg med trykket på høytrykksida og slå av ved 14 bar.

### 1.3.4 Diskusjon

- Hva er fordampingsvarmen for kjølemediet ved  $0^{\circ}\text{C}$  og ved  $40^{\circ}\text{C}$ ?
- Hva er kondensasjonsvarmen for kjølemediet ved de samme temperaturer?
- Vurder muligheten av å vinne energi fra lufta med denne varmepumpa.

### 1.3.5 Avslutning

- Slå av varmepumpa, tøm vann fra bøttene, sett dem på plass og tørk opp eventuelt vannsøl.
- Lever journalen til laboratorielæreren for godkjenning.

## 1.4 Tillegg:

### Krav til og klassifikasjon av kjølevæsker

#### Krav til kjølemedier:

- Ved romtemperatur skal damptrykket være 2–6 atm. dvs. kokepunktet skal ligge rundt romtemperatur for noen få atmosfærers trykk. Vann,  $\text{H}_2\text{O}$ , er derfor ubrukelig da damptrykket er 24 mmHg (3,2 kPa eller 0,032 atmosfærer) ved romtemperatur.
- Høy fordampingsvarme.
- Ikke miljøskadelig.

Det finnes mange medier som oppfyller de to første av disse kravene.

R-717 (Ammoniakk –  $\text{NH}_3$ ) er egentlig svært optimalt ut i forhold til de første kravene og ble brukt i de første kjølesystemer. Dessverre er ammoniakk giftig og etsende slik at etter noen ulykker ble den forbudt i private anlegg. I industriell kjølesammenheng er fremdeles ammoniakk i bruk.

Freongassene R-12 og R-22 tok deretter over som kjølemedium i mange år og alle var fornøyde inntil man oppdaget at disse gassene ødelegger atmosfærens ozon. I de senere

år er det blitt utviklet flere nye kjølemedia som er vesentlig mindre aggressive. Blant disse er R-134a ( $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$ ) som vi skal bruke i denne oppgaven.

Tabell 1.2 viser egenskapene til noen kjølemedia. R-407c og R-410a er mest brukt i luft-luft varmepumper i Norge i dag. R-134a er litt dårligere som kjølemedium på grunn av høyere kokepunkt og lavere damptrykk og brukes til formål med midlere kjølekrav som kjøleskap, luftkondisjoneringer i biler etc. R-22 og R-12 er som nevnt ikke lenger tillatt brukt.

Tabell 1.2: De viktigste egenskapene til noen kjølemedia. Blanding betyr at flere kjølemedia er benyttet, f.eks. er R-410a sammensatt av like deler R-32 ( $\text{CH}_2\text{F}_2$ ) og R-125 ( $\text{C}_2\text{F}_5\text{H}$ ).

Navn	Kjemisk formel	Kokepkt ( $^{\circ}\text{C}$ ) v/ 1 atm	Væske: Varmekap. (kJ/(kg K))	Damp: Varmekap. (kJ/(kg K))	Damptrykk (kPa) v/ $25^{\circ}\text{C}$	Ford.varme (kJ/kg) (v/ k.p.)
R-134a	$\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$	-26,5	1,42	0,854	662	215
R-407c	(blanding)	-43,6	1,54	0,83	1174	
R-410a	(blanding)	-51,5	1,84	0,83	1653	
R-22	$\text{CHClF}_2$	-40,8	1,24	0,657	1043	
R-12	$\text{CCl}_2\text{F}_2$	-21,6	0,97	0,617	652	
Propan	$\text{C}_3\text{H}_8$	-42		1,68	950	431
Ammoniakk	$\text{NH}_3$	-33	2,1	2,06	1001	1368
Karbon- dioksyd	$\text{CO}_2$	-78 (sublim.)	0,83	0,84	6400	573
Vann	$\text{H}_2\text{O}$	+100	4,2	1,89	3,17	2257
Propan	$\text{C}_3\text{H}_8$	-42		1,68	950	431

### Klassifikasjon av kjølemedier:

Kjølevæsker består av karbonforbindelser ved et ulike antall C-atomer og med hydrogen (H), freon (F), klor (Cl) eller bor (B) på sidegreinene (noen unntak, bl.a.  $\text{NH}_3$  og  $\text{CO}_2$ ). For ikke-sykliske C-kjeder er totalt antall sidegreiner lik (antall C  $\times$  2 + 2). Dette må da være lik summen av antall H, F, Cl og B-atomer.

Væskene klassifiseres etter en kodebetegnelser gitt av en internasjonal standard ISO/TC86-WG-1. Koden har formen:

$$\text{RC-}xyz \text{ Bu,}$$

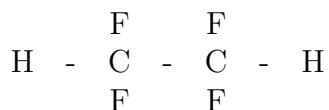
der

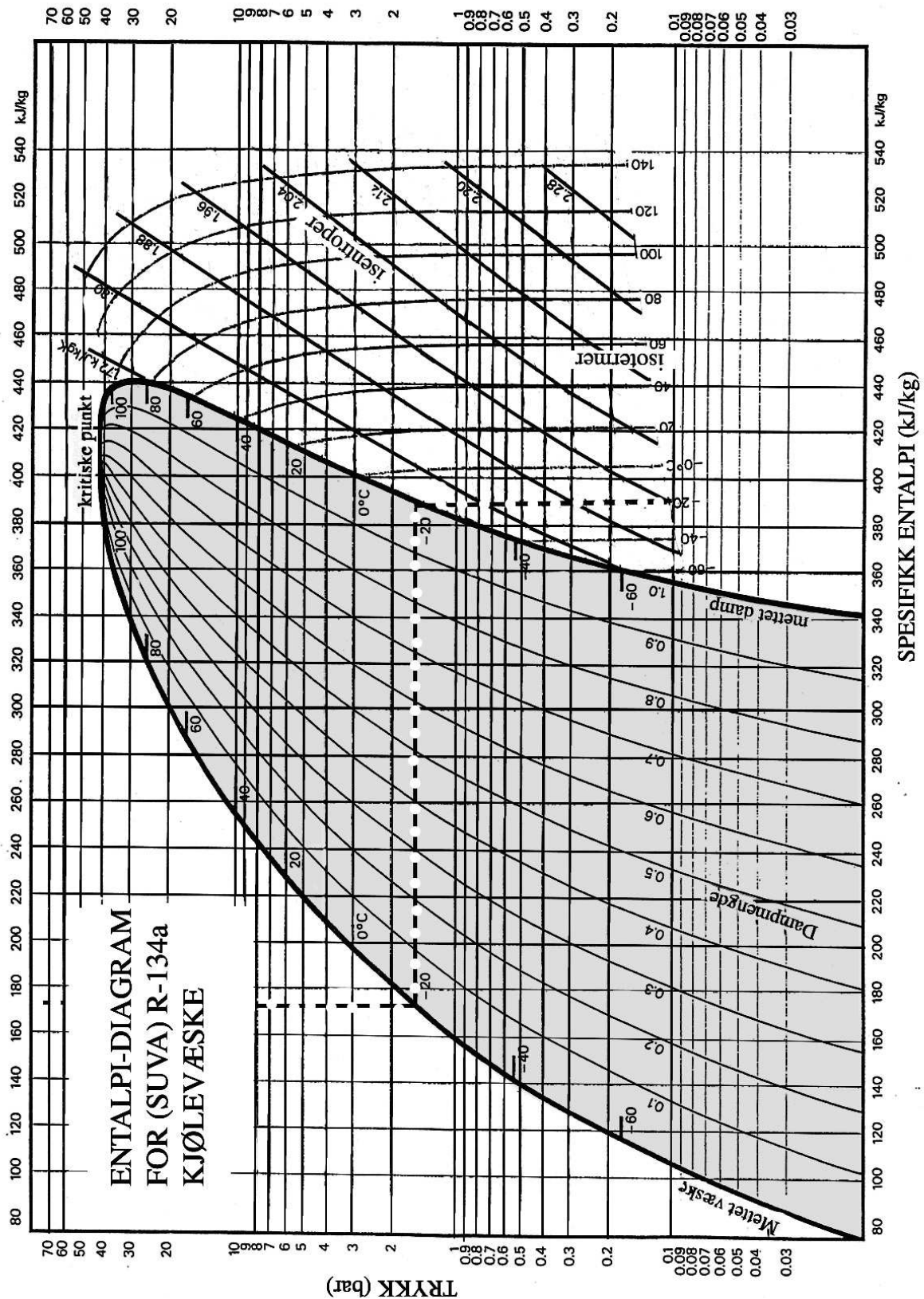
- R betegner at forbindelsen er kjølevæske,
- C betegner at forbindelsen er syklisk (C droppes for ikke-sykliske forbindelser),
- $x$  betegner (antall C-atomer - 1) i formelen (når  $x = 0$  droppes  $x$  fra koden),
- $y$  betegner (antall H-atomer + 1) i formelen,
- $z$  betegner antall F-atomer i formelen,

- B betegner at forbindelsen inneholder B-atomer der  $u$  betegner antall B-atomer (når  $u=0$  droppes Bu fra koden),
- antall Cl-atomer i den kjemiske formelen kan finnes ved at summen av antall (H, F, Cl og B)-atomer er lik totalt mulige sidegreiner i C-kjeden.

**Eksempel: R134a:**

Ikke-syklisk,  $(1+1)=2$  C-atomer,  $(3-1)=2$  H-atomer og 4 F-atomer. Mulige sidekjeder er  $2 \times 2 + 2 = 6$  som er brukt opp av H og F slik at det er ingen Cl eller B-atomer. Kjemisk formel:





Figur 1.8: Det kommersielle  $\log p$ - $H$ -diagram for R-134a kjølevæske. Diagrammet er litt forenkla ved at vi har fjerna et kurvesett (isokorene) som er uaktuelt i denne oppgaven. I tillegg er halvparten av isentropene fjerna.





# Kapittel 2

## SPECIFIC HEAT CAPACITY OF METALS

### Objectives

The principal objective is to determine the specific heat capacity of given metallic specimens. Some other objectives are:—

- to grasp the physical concepts and mathematical relations concerning the gain and loss of heat by objects;
- to appreciate the role played by measurements of heat capacity in the development of quantum theory;
- to learn to fit experimental data to theoretical expressions, to acquire the ability to change to from one system of units to another, and to become aware of the value as well as the limitations of a scientific model.

### 2.1 Theoretical background

#### 2.1.1 Introduction to calorimetry

The specific heat capacity (or simply the specific heat) of a substance, usually denoted by  $c$ , is defined as the quantity of heat required to raise the temperature of a unit mass of the substance through 1 °C (or 1 K); its value depends on the initial temperature itself. Thus if a quantity of heat raises the temperature of a body (of mass  $m$ ) from  $T_1$  to  $T_2$ , the mean specific heat  $\bar{c}$  is given by  $Q/m(T_2 - T_1)$  ; if the temperature increases by a small amount, from  $T$  to  $T + \Delta T$  , the specific heat at the temperature  $T$  is  $(1/m)(\Delta Q/\Delta T)$ . The thermal capacity of a body is equal to the product of its mass and specific heat.

You will be following what is known as the method of mixtures. It consists in transferring the quantity of heat that is to be measured to a known mass of water in an insulated vessel (called a calorimeter) of known thermal capacity and measuring the resulting change in temperature. Suppose that a substance of mass  $m_1$ , specific heat  $c_1$  and initial temperature  $T_i$  is plunged into a body of water with mass  $m_2$  and temperature  $T'$ , and let  $W$  and  $T_f$  denote, respectively, the thermal capacity of the calorimeter and the final temperature of the mixture. Upon equating the heat lost by the substance to the heat acquired by the calorimeter and water, we get

$$m_1 c_1 (T_i - T_f) = (m_2 + W)(T_f - T'), \quad (2-1)$$

so that

$$c_1 = \frac{(m_2 + W)(T_f - T')}{m_1(T_i - T_f)}, \quad (2-2)$$

The above relation provides the basis for the determination of the specific heat, but for precise measurements, various corrections are needed to compensate for the heat lost by the system to the surroundings.

Sometimes it is more convenient to express specific heat in terms of the molar heat capacity, which is simply the energy required to raise the temperature of one mole of the material by one degree Celsius or one Kelvin. It is usually denoted by the symbol  $C$ , and one adds a subscript ( $p$  or  $v$  so as to be able to specify the parameter, namely pressure or volume, that is held fixed when the temperature is allowed to change).

### 2.1.2 Classical view of specific heats (based on kinetic theory)

If one regards the atoms of a monoatomic gas as structureless point masses, each with three degrees of freedom, one mole of the substance will have altogether  $3N$  degrees of freedom, where  $N$  is the number of molecules in one mole of the gas. In the case of a perfect gas, the molecules will have no potential energy, and the total energy of a mole of a monoatomic gas will therefore be

$$E = 3N \times \frac{1}{2} k_B T = \frac{3}{2} RT \quad (2-3)$$

which leads one to the following expression for the molar specific heat:

$$C_v = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{3}{2} R. \quad (2-4)$$

For all perfect gases  $C_p - C_v = R$ , which implies that

$$C_p = \frac{5}{2} R. \quad (2-5)$$

The above predictions are in excellent agreement with the behaviour of noble gases.

In a classical description, the molecules of a diatomic gas are viewed as two atoms joined *rigidly* to one another. Treating the atoms as points, each molecule will have three degrees of freedom of translation and two of rotation about the two axes which are perpendicular to the interatomic axis; the argument for ignoring one rotational degree of freedom was

itself rather shaky, but we will not go into this detail here. Thus the total energy of one mole of such a gas will be  $E = \frac{5}{2}RT$ , and

$$C_v = \frac{5}{2}R, \quad C_p = \frac{7}{2}R. \quad (2-6)$$

This is approximately true for some gases at around 300 K. The main problem here is that the specific heats are predicted to be independent of temperature, and this prediction is not borne out by experimental observations (see below). An expression for the molar specific heats of solids may be obtained by following the same reasoning. A crystal composed of  $N$  atoms will have  $3N$  modes of vibration, and there will be  $6N$  degrees of freedom in all, each with an energy content of  $\frac{1}{2}k_B T$ ; the molar heat capacity will therefore be  $C_v = 3R$ , a relation known as the law of Dulong and Petit. However, measurements show that the specific heat of a solid depends on its temperature, and the rate of decline is very steep at low temperatures. Even at room temperature, the molar heat capacities of some substances, including diamond (the example used by Einstein), are significantly smaller than  $3R$ .

It had become obvious, long before the end of the nineteenth century, that the variation of specific heats of gases and solids could not be explained by the theories which had otherwise proved to be highly successful. The first important step towards a satisfactory explanation of the phenomenon, at least in the case of solids, was taken by Einstein.

### 2.1.3 Einsteins theory of the heat capacity of a solid

Einstein assumed that a crystal comprising of  $N$  atoms can be treated as an assembly of  $3N$  distinguishable one-dimensional oscillators, and added the requirement that the energy of each oscillator is quantized according to the following relation

$$E = kh\nu = nE_1, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2-7)$$

The average energy of a single oscillator can now be calculated easily and comes out to be

$$\langle E \rangle = \frac{E_1 e^{-E_1/k_B T} + E_2 e^{-E_2/k_B T} + \dots}{1 + e^{-E_1/k_B T} + E_1 e^{-E_2/k_B T} + \dots} = \frac{E_1 e^{-E_1/k_B T}}{1 - e^{-E_1/k_B T}}. \quad (2-8)$$

Whence follows the result derived by Einstein:

$$C_v = 3R \left( \frac{E_1}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{-E_1/k_B T}}{[1 - e^{-E_1/k_B T}]^2} = 3R \left( \frac{E_1}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{E_1/k_B T}}{[e^{E_1/k_B T} - 1]^2}. \quad (2-9)$$

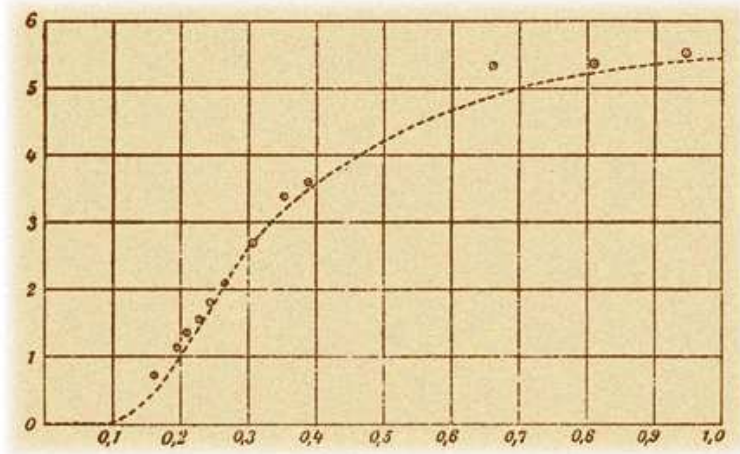
You should convince yourself that  $C_v$  tends to zero as the temperature approaches zero, and that the law of Dulong and Petit is recovered at high temperatures. It is customary to make the substitution  $\Theta_E = E_1/k$ , and refer to  $\Theta_E$  as the Einstein temperature of the solid under consideration.

## 2.2 Pre-lab tasks

You are supposed to complete the following tasks before starting the experiment. You should show your work to, and secure the approval of, the person in charge of the laboratory work.

### 2.2.1 Diamond: Einstein's choice

Einstein, who used the symbol  $c$  instead of our  $C_v$ , chose the data for diamond for testing his theory. His own figure (from p. 186 of his article) and the entries in his table (p. 190) are reproduced below.



Figur 2.1: Einstein plotted the heat capacity of diamond (circles) as a function of temperature to show that atomic vibrations in solids are quantized. The temperature ( $x$  axis) is  $\Theta_E/T$ . The heat capacity ( $y$  axis) is given in cal/(mol K). The smooth curve is his prediction.

Table 1: Einstein's table

$T$	$c$	$x$
222.4	0.762	0.1679
262.4	1.146	0.1980
283.7	1.354	0.2141
306.4	1.582	0.2312
331.3	1.838	0.2500
358.5	2.118	0.2705
413.0	2.661	0.3117
479.2	3.280	0.3615
520.0	3.631	0.3924
879.7	5.290	0.6638
1079.7	5.387	0.8147
1258.0	5.507	0.9493

You will notice that the axes in his plot are not labelled, an omission that will not be tolerated in our times. To make sense of his plot, note first that heat was measured, in Einstein's time, and even until much later, in calories. Find out the relation between a calorie and a Joule, the modern unit, since you are going to need it later. The horizontal axis is in fact  $x$ , which equals, in our notation, the dimensionless quantity  $\Theta_E/T$ . *One entry in the third column of Einstein's table is clearly wrong, and it is your task to spot and correct the typographic error.*

Plot the experimental values of  $C_v$  against  $T$ . It is a simple matter to infer, from Einstein's table, his choice for  $\Theta_E$ . Let us pretend, however, that the third column of his table is

not available to us. Insert a first guess for  $\Theta_E$  in Eq. (2-9) and see how well the calculated values agree with the experimental points. By trial and error you should soon be able to get values that seem, on a visual examination, to be close to those falling on the smooth dashed curve in Figure 2.1. If you already know a better way of using Excel for data fitting, you are free to use that, but for this particular problem you need nothing more than a few rounds of trial and error. A result obtained by KRN is reproduced in Figure 2.2 to serve as a guide. Notice that the theoretical curve can be calculated for any value of  $T$ , and a smooth curve can only be obtained by choosing a relatively dense set of temperatures, which is not a hardship if one is using a computer.

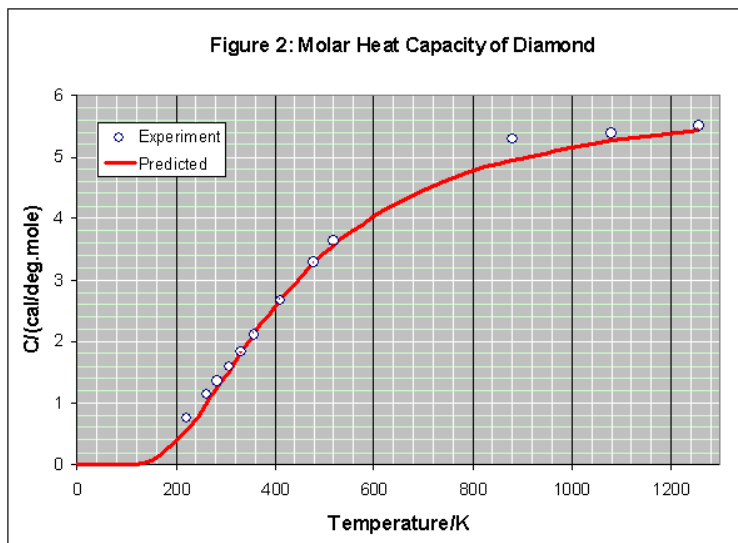


Figure 2.2: The specific heat data in Table 1 have been plotted against the temperature  $T$ . By choosing a suitable value for  $\Theta_E$  you should be able to reproduce the smooth theoretical curve.

### 2.2.2 Data on aluminium

We will now consider aluminium (symbol: Al). Let us begin by using the data reported by Giuaque and Meads (G&M), who measured the molar heat capacity of Al from 15 to 300 K. They chose the units  $\text{cal} \cdot \text{deg}^{-1} \cdot \text{g} \cdot \text{atom}^{-1}$ . If you have not come across the obsolete terms gram-atom and gram-molecule, it is time to find out by consulting, for example, the *Wikipedia*. For your convenience, their data have been tabulated in Table 2. Convert these values to modern units, namely  $\text{J} \cdot \text{°C}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  or  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ , and repeat the steps taken in task 1 above. Using visual judgment you should end up with a plot like that appearing in Figure 2.3. *Make your choice of  $\Theta_E$  at this point.*

A more extensive data set for the molar heat capacity of Al was made available by Buyco and Davis. A selection of their entries, covering the temperature range 10–900 K, is tabulated. They used a different system, namely  $\text{cal}/(\text{g} \cdot \text{K})$ . For your convenience, some of their data have been gathered in Table 3 and plotted in Figure 2.4. Convert these entries to SI units, and repeat the steps taken in task 1 above. The discrepancy between the experimental values and Einstein's predictions for larger temperatures cannot be repaired by a different choice of  $\Theta_E$ . Can you think of an explanation?

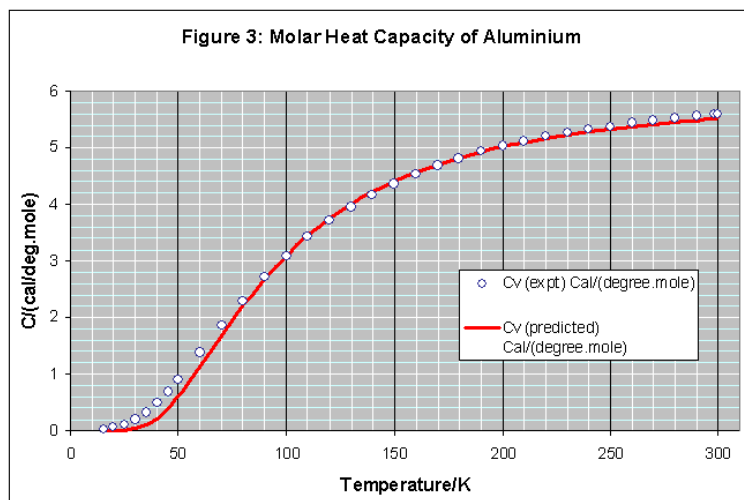


Figure 2.3: A plot of the data in Table 2; other comments as in Figure 2.

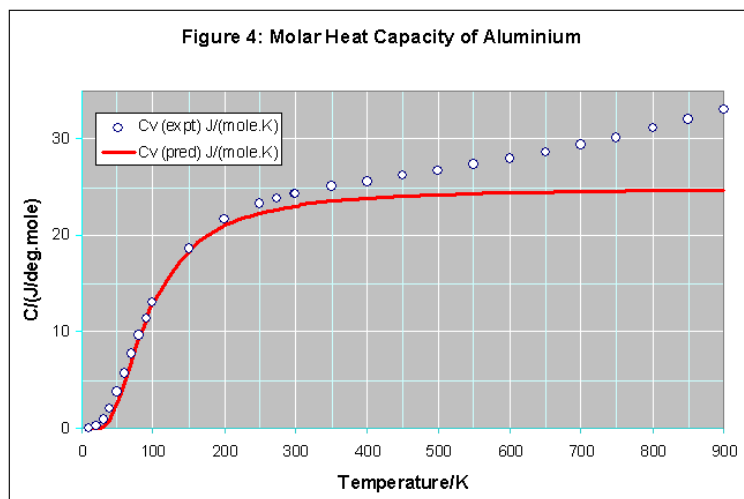


Figure 2.4: A plot of the data in Table 3.

### 2.2.3 Specific heat of a diatomic gas

Einstein's picture of a solid is very close to (but not identical with) our current visualization of an ideal gas of diatomic molecules. We would expect that a  $C_v$ -versus- $T$  plot for such a gas will resemble the corresponding curve for a solid. Table 4 gives experimental values of  $C_p$  for  $F_2$ . Convert these values to  $C_v$  and plot the resulting values against  $T$ . Compare your plot with Figure 2.4 and comment on the similarities and differences.

*Optional.* From an analysis of the vibrational spectrum of  $F_2$  one finds that, in the zero-order simple-harmonic approximation, the energy (in spectroscopic units) of a vibrational quantum of a molecule of  $F_2$  is  $917 \text{ cm}^{-1}$ . Use this information to predict the values of  $C_v$ , and compare the predicted values with the experimental results.

### 2.2.4 The actual experiment

The experiment itself is rather simple. The major item of equipment is an electronic balance, depicted in Figure 2.5. A metallic specimen, initially close to room temperature, is immersed in liquid nitrogen, and the amount of nitrogen which boils off is measured using a weighing balance. This quantity is then used in a heat balance equation to determine, in the manner described below, the change in the internal energy of the metal and the Einstein temperature.



Figure 2.5: A view of the electronic balance to be used in your experiment.

An insulated container is made by placing one polystyrene coffee cup inside the other. Some liquid nitrogen (about 25 g) is poured into the container, which is then placed on the balance together with the metallic specimen whose heat capacity is to be measured. A small piece of thread is attached to the specimen. Due to the evaporation of liquid nitrogen, the weight indicated by the balance shows a steady decline. A few measurements at regular intervals are made for establishing the rate of loss. The metallic piece is removed from the pan of the balance and gently lowered into the cup of liquid nitrogen by using the thread. A second set of weight measurements are made to determine the new rate of loss. From these measurements one can determine  $\Delta m$ , the mass of the liquid nitrogen that boiled off in cooling the piece of metal from an initial temperature  $T_0$  to the final temperature of  $T_f = 77$  K.

Let  $L$  be the latent heat of vapourization of nitrogen;  $\Delta Q$ , the heat gained by the liquid nitrogen, will then equal  $L\Delta m$ . You have already been told how you can calculate the heat lost by the metallic specimen (see above). Use energy balance now to deduce an expression for the mean heat capacity of the specimen. Since  $\Delta Q$  can be equated to the change in the internal energy of the metal, we can also apply Einstein's model and write

$$\Delta Q = 3nR[\mathcal{E}(\Theta_E/T_0) - \mathcal{E}(\Theta_E/T_f)], \quad (2-10)$$

where  $n$  is the number of moles in the specimen under test and

$$\mathcal{E}(x) = \frac{x}{e^x - 1}. \quad (2-11)$$

To make matters a little concrete, take a look at Figure 2.6, where some real data have been plotted. The material was Al, with  $n = 0.21$  M, and the plot implies  $\Delta m = 3.76$  g. You may take  $T_0 = 290$  K.

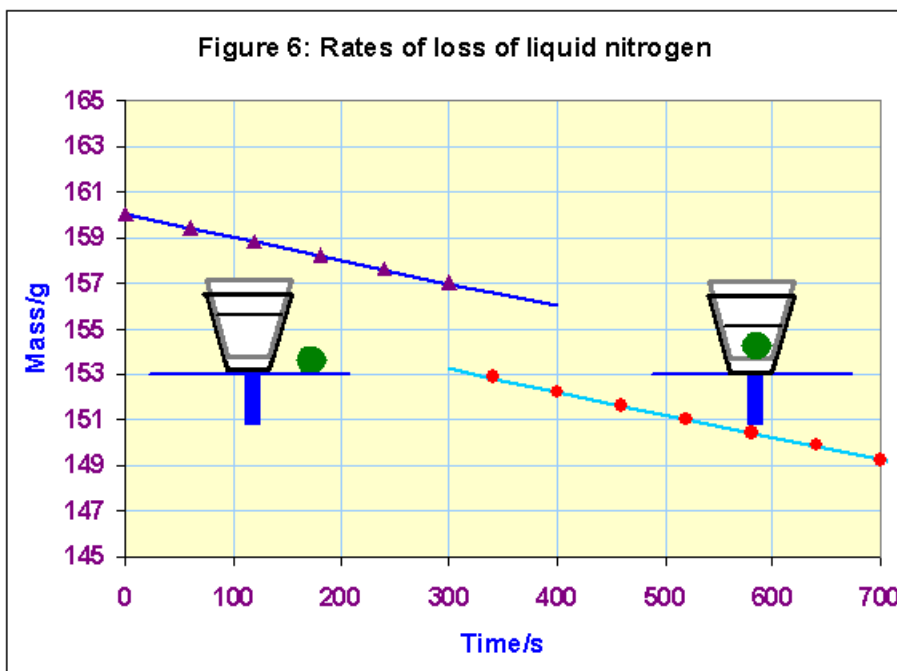


Figure 2.6: A plot showing the rate of evaporation of liquid nitrogen before (left half) and after (right-half) the immersion of the metallic specimens in the container.

Prepare an Excel worksheet for tabulating and analyzing the above data according to Eq. (2-10).<sup>1</sup> To complete the calculation, you will need the value of  $L$ , a task that is left for you. You may begin by setting  $L = 2 \times 10^5$  J/kg. Find  $\Theta_E$  now. Does it agree with that deduced earlier by fitting the data of G&M to Eq. (2-9)? What is the effect of changing the value of  $L$  to, say,  $1.98 \times 10^5$  J/kg? What is the effect of changing the value of  $T_0$  to, say, 292 K? Develop, on the basis of such probing, a feeling for the sources of error in your experiment.

## 2.3 In the laboratory

### 2.3.1 Laboratory etiquette

You are expected to adhere to the following code:—

<sup>1</sup>The same worksheet will be used for analyzing the data collected by you in the laboratory.



- Do not bring any items of food or drink to the laboratory.
- Under normal conditions, liquid nitrogen has a boiling point of 77 K. The experiment is inherently safe, but you should be aware that prolonged contact of the skin with liquid nitrogen will lead to severe frostbite. Care should also be exercised in handling objects that have just been taken out of a reservoir of liquid nitrogen.
- You must attend the lab section for which you are registered.
- Pre-lab assignments should be completed before you enter the room.
- If you do not hand in your pre-lab work, you will not be permitted to proceed with the experiment.
- No one will be admitted to the laboratory 10 minutes after the designated start.
- Each student must have his/her own lab notebook. The pages of the notebook must be numbered in pen all the way to the end. This is to ensure that none are removed during the semester.
- Laboratory observations and data must be recorded with a pen, not a pencil. Do not erase; put a single line through unwanted data.
- Work in pairs, but each member of the team must record her/his own data.
- Leave your work table as you found it—neat and tidy.

### 2.3.2 Collection and analysis of data

Carry out the measurements by following the procedure outlined above. Plot your data to see that they fit the expected pattern; if they do not, repeat the experiment.

Prepare, using Norwegian or English, a report of your work. Give it a suitable title, and divide it into some sections. The following list is meant to serve as a guideline for you. The report should be targeted at someone who has the same background in physics as yourself, but has not yet done the experiment. It should enable the reader to reconstruct the whole set-up and repeat the measurements; a discussion of the sources of error should also be included.

**Principle and task**

**Equipment**

**Set-up and procedure**

**Results & Analysis**

**Discussion**

You should hand in your report within two weeks after the completion of your experiment.

## 2.4 Specific heat data for aluminium

Table 2: Molar heat capacity of Al			
W. F. Giauque and P. F. Meads, <i>J. Am. Chem. Soc.</i> 63 (1941) 1897–1901			
Temperature	$C_v$ (expt)		
K	Cal/(degree.mole)		
15	0.022		
20	0.054		
25	0.112		
30	0.203		
35	0.332		
40	0.5		
45	0.698		
50	0.912		
60	1.375		
70	1.846		
80	2.298		
90	2.714		
100	3.094		
110	3.422		
120	3.704		
130	3.943		
140	4.165		
150	4.361		
160	4.536		
170	4.69		
180	4.823		
190	4.938		
200	5.039		
210	5.122		
220	5.198		
230	5.268		
240	5.329		
250	5.383		
260	5.436		
270	5.483		
280	5.523		
290	5.562		
298	5.592		
300	5.599		

Table 3: Molar heat capacity of Al			
E. H. Buyco and F. E. Davis, <i>J. Chem. Eng. Data</i> 15 (1970) 518–523			
Temperature	$C_v$ (expt)		
K	Cal/(g.K)		
10	3.269E-04		
20	1.992E-03		
30	7.608E-03		
40	1.848E-02		
50	3.371E-02		
60	5.097E-02		
70	6.851E-02		
80	8.536E-02		
90	1.010E-01		
100	1.152E-01		
150	1.655E-01		
200	1.922E-01		
250	2.070E-01		
273.15	2.116E-01		
298.15	2.156E-01		
300	2.159E-01		
350	2.222E-01		
400	2.273E-01		
450	2.321E-01		
500	2.370E-01		
550	2.421E-01		
600	2.478E-01		
650	2.539E-01		
700	2.606E-01		
750	2.679E-01		
800	2.758E-01		
850	2.844E-01		
900	2.935E-01		

## 2.5 Specific heat data for fluorine

Table 4: Molar heat capacity of F <sub>2</sub>					
M.W. Chase et al. J. Phys. Chem. Ref. Data 14/Supplement 1 (1985)					
Temperature	C <sub>v</sub> (expt)				
K	J/(mol.K)				
100	29.114				
200	29.685				
250	30.447				
298	31.302				
300	31.336				
350	32.207				
400	32.992				
450	33.674				
500	34.255				
600	35.166				
700	35.832				
800	36.336				
900	36.732				
1000	37.057				
1100	37.334				
1200	37.579				
1300	37.802				
1400	38.008				

## 2.6 Operating the balance

Weighing, one of the most common tasks in the laboratory, has been greatly simplified by technological advances. This does not absolve the operator from the tedious task of identifying and preventing various disturbing influences. These usually involve physical changes in the sample (e.g. through slow evaporation, moisture uptake), or forces which act on the weighing pan and weighing sample (e.g. magnetism, electrostatics) and which are interpreted by the balance as weight changes.

Align the balance by checking that the air bubble is in the center of the level indicator; if it is not, use the leveling feet to make adjustments.

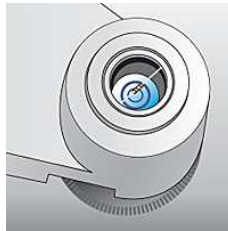


Figure 2.7: The level indicator

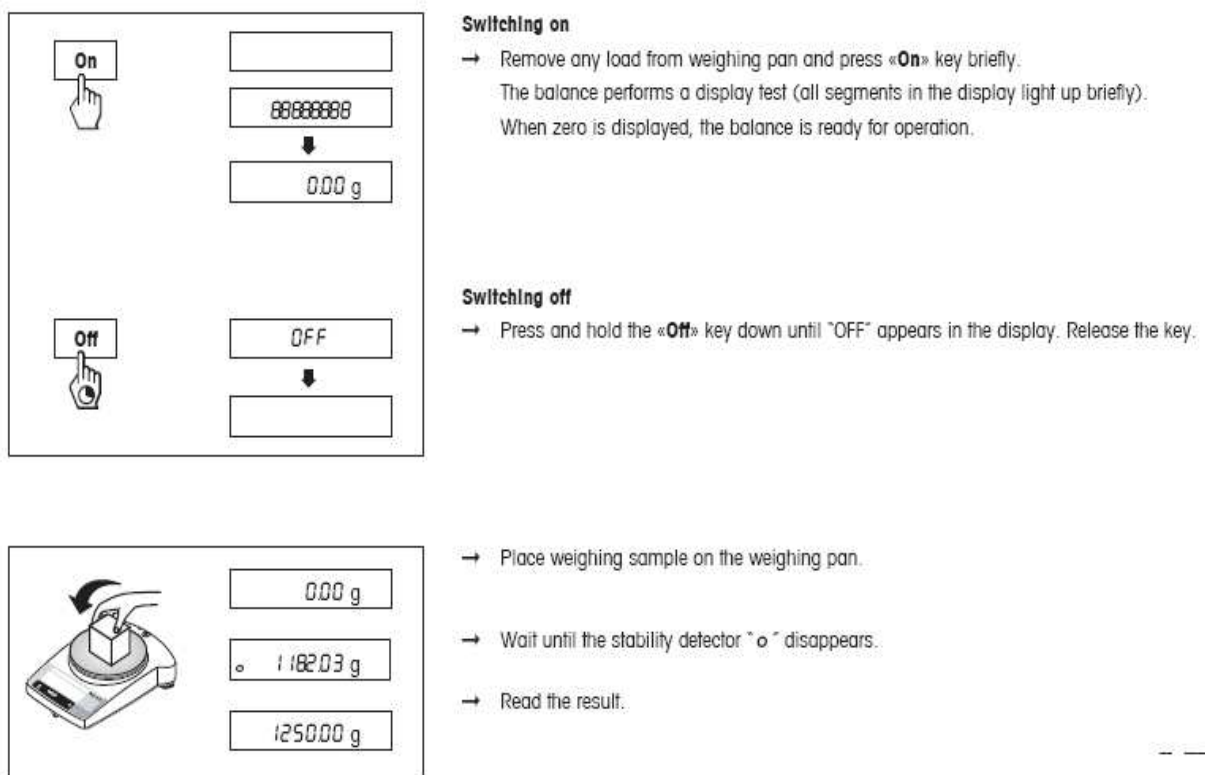
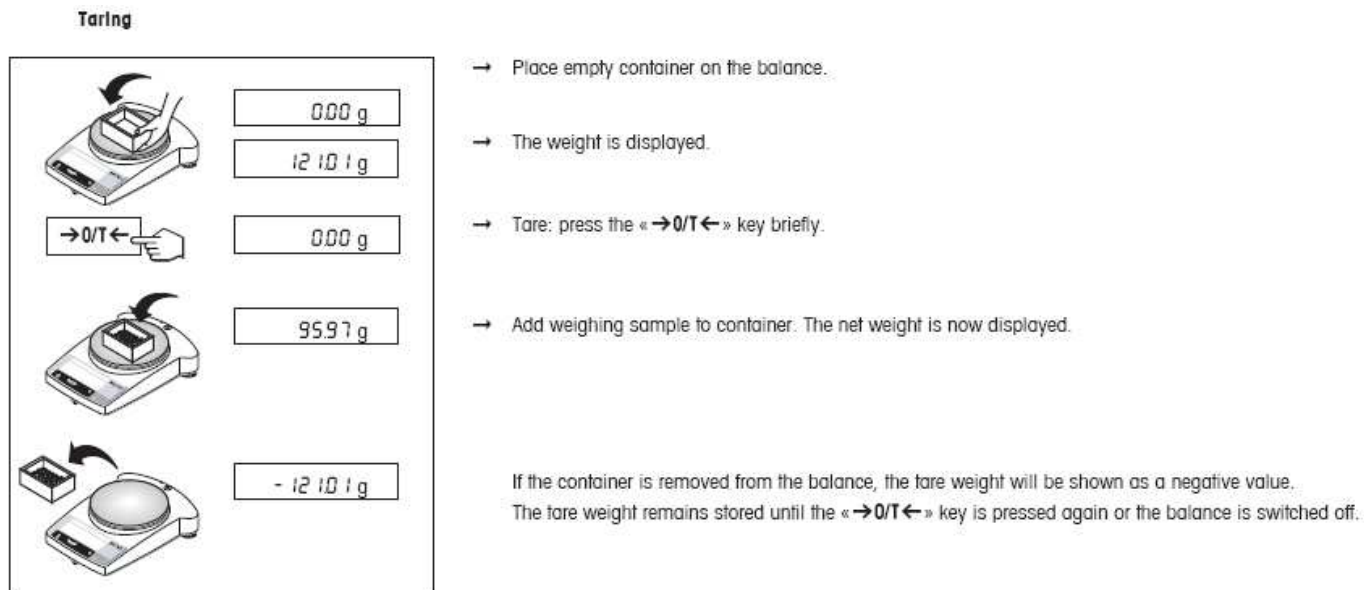


Figure 2.8: Instructions for On/Off switching and simple weighing

A dictionary defines the noun *tare* as: ‘A counterweight used in chemical analysis to balance the weight of a container’; the noun infinitive ‘to tare’ means to ‘to ascertain, note, or allow for the tare of’. In a chemistry laboratory, one often weighs a container first, and brings the weight reading to zero before putting into the container the substance that is to be weighed; this adjustment is known as ‘taring the balance’.



Figur 2.9: Instructions for taring

# Bibliografi

- [1] E. Lillestøl, A. Hunderi og J.R. Lien, 2001 *Generell fysikk for universiteter og høyskoler. Bind 2: varmelære og elektrisitetslære*, Universitetsforlaget.
- [2] M. Alonso and E.J. Finn, 1992 *Physics*, Addison Wesley.
- [3] P.C. Hemmer, 2002 *Termisk fysikk*, Tapir.
- [4] G.L. Squires, 1985, *Practical Physics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [5] Nyttige nettsteder ang. varmepumper:  
<http://www.novap.no/flash>  
<http://www.energy.sintef.no/publ/xergi/99/4/art-4.htm>  
[http://www.ntnu.no/gemini/2001-04/10\\_13.htm](http://www.ntnu.no/gemini/2001-04/10_13.htm)  
<http://www.spareenergi.no/varmepumpe.htm> (mange videre linker)
- [6] A. Einstein, 1907 “Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme”, *Ann. Phys.* 22, 180–190.
- [7] M. J. Klein, 1965 “Einstein, Specific Heats, and the Early Quantum Theory”, *Science* 148, 173–180.