

Løsningsforslag til øving 10

Veiledning fredag 28. mars

Oppgave om pn-overgang: sperresone og innebygd potensial

a) Vi må ha like mye negativ ladning i området $[-x_p, 0]$ som positiv ladning i området $[0, x_n]$. Dermed:

$$x_p N_A = x_n N_D \Rightarrow x_p = x_n \frac{N_D}{N_A}$$

Sperresonens utstrekning blir

$$W = x_n + x_p = x_n \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)$$

b) For å bestemme $E(x)$ og $V(x)$ integrerer vi Poissons ligning henholdsvis en og to ganger. La oss begynne utenfor sperresonen. Her er $\rho = 0$ slik at

$$E(x) = -\frac{dV}{dx} = E_{\pm} = 0$$

Det konstante elektriske feltet E_+ (E_-) på n -siden (p -siden) må være lik null. I motsatt fall ville potensialforskjellen mellom høyre og venstre side bare vokse og vokse jo lenger unna sperresonen vi kommer, hvilket ikke kan stemme. Vi kan også betrakte sperresonen som en ideell platekondensator. Da er bidraget til feltet fra positiv og negativ plate like stort men motsatt rettet når vi ikke befinner oss mellom platene.

Potensialet finner vi ved å integrere en gang til:

$$V(x) = V_{\pm}$$

Forskjellen mellom potensialet på n -siden, V_+ , og p -siden, V_- er nettopp det vi har kalt det innebygde potensialet:

$$\Delta V = V_+ - V_-$$

Deretter ser vi på forholdene inne i sperresonen. Først området $[-x_p, 0]$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V}{dx^2} &= \frac{e N_A}{\epsilon} \\ \Rightarrow E(x) &= -\frac{dV}{dx} = -\frac{e N_A}{\epsilon} x + E_0 \\ \Rightarrow V(x) &= \frac{e N_A}{2\epsilon} x^2 - E_0 x + V_0 \end{aligned}$$

Og dernest området $[0, x_n]$:

$$\begin{aligned}\frac{d^2V}{dx^2} &= -\frac{eN_D}{\epsilon} \\ \Rightarrow E(x) &= -\frac{dV}{dx} = \frac{eN_D}{\epsilon}x + E_0 \\ \Rightarrow V(x) &= -\frac{eN_D}{2\epsilon}x^2 - E_0x + V_0\end{aligned}$$

Vi må få den samme integrasjonskonstanten $E_0 = E(x=0)$ i de to tilfellene ettersom det elektriske feltet skal være kontinuerlig overalt. E_0 kan fastlegges ved å benytte at $E(x_n) = 0$:

$$0 = \frac{eN_D}{\epsilon}x_n + E_0 \Rightarrow E_0 = -\frac{eN_D}{\epsilon}x_n$$

(Bruk av $E(-x_p) = 0$ vil gi akkurat det samme.)

Kontinuitet av $V(x)$ ved x_n og $-x_p$ gjør oss i stand til å bestemme henholdsvis V_+ og V_- :

$$\begin{aligned}V_+ &= V(x_n) = -\frac{eN_D}{2\epsilon}x_n^2 + \frac{eN_D}{\epsilon}x_n^2 + V_0 \\ &= \frac{eN_D}{2\epsilon}x_n^2 + V_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_- &= V(-x_p) = \frac{eN_A}{2\epsilon}x_p^2 - \frac{eN_D}{\epsilon}x_nx_p + V_0 \\ &= \frac{eN_A}{2\epsilon}\left(\frac{N_D}{N_A}\right)^2x_n^2 - \frac{eN_D}{\epsilon}\frac{N_D}{N_A}x_n^2 + V_0 \\ &= -\frac{eN_D}{2\epsilon}x_n^2\frac{N_D}{N_A} + V_0\end{aligned}$$

Den gjenværende integrasjonskonstanten V_0 gjenspeiler vår mulighet vil å velge nullpunkt for potensialet etter eget for godtbeholdende.

Det innebygde potensialet kan nå uttrykkes på formen

$$\Delta V = V_+ - V_- = \frac{eN_D}{2\epsilon}x_n^2\left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) = \frac{eN_D}{2\epsilon}x_nW$$

c) Termodynamisk likevekt i systemet har vi når det kjemiske potensialet μ er like stort overalt. For å oppnå dette, må det innebygde potensialet ΔV tilsvare en potensiell energi $e\Delta V$ som akkurat svarer til den forskjellen vi har i kjemisk potensial mellom n - og p -siden før vi setter dem sammen til en pn -overgang. Med andre ord:

$$\begin{aligned}e\Delta V &= \mu(n\text{-siden}) - \mu(p\text{-siden}) \\ \Rightarrow \Delta V &= \frac{k_B T}{e} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}\end{aligned}$$

Innsetting av tallverdier for Si ved romtemperatur og oppgitte dopemengder gir:

$$\Delta V = 0.0259 \text{ V} \ln \frac{10^{33}}{1.45^2 \cdot 10^{20}} = 0.756 \text{ V}$$

d) Vi finner x_n ved å sette de to uttrykkene for ΔV lik hverandre:

$$\begin{aligned} \frac{eN_D}{2\epsilon} x_n^2 \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) &= \frac{k_B T}{e} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \\ \Rightarrow x_n &= \left(\frac{2\epsilon k_B T N_A}{e^2 N_D (N_A + N_D)} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

Innsetting av tallverdier (husk å uttrykke N_A og N_D i enheten m^{-3}) gir $x_n = 0.03 \mu\text{m}$, og $x_p = 10x_n = 0.3 \mu\text{m}$, slik at $W = x_n + x_p = 0.33 \mu\text{m}$.

Her er det elektriske feltet $E(x)$ lineært avhengig av x gjennom sperresonen. Feltet har sin maksimale verdi (dvs absoluttverdi) $E_{\max}$ i $x = 0$, mens $E = 0$ i $x = -x_p$ og i $x = x_n$. Det betyr at det innebygde potensialet ΔV , som tilsvarer arealet under kurven $E(x)$, må kunne skrives som

$$\Delta V = \frac{1}{2} W E_{\max}$$

Dermed er

$$E_{\max} = \frac{2\Delta V}{W} = \frac{2 \cdot 0.756}{3.3 \cdot 10^{-7}} = 4.6 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

(Egentlig med et minustegn; med positiv ladning til høyre og negativ ladning til venstre må jo det elektriske feltet peke mot venstre, dvs i negativ x -retning.)