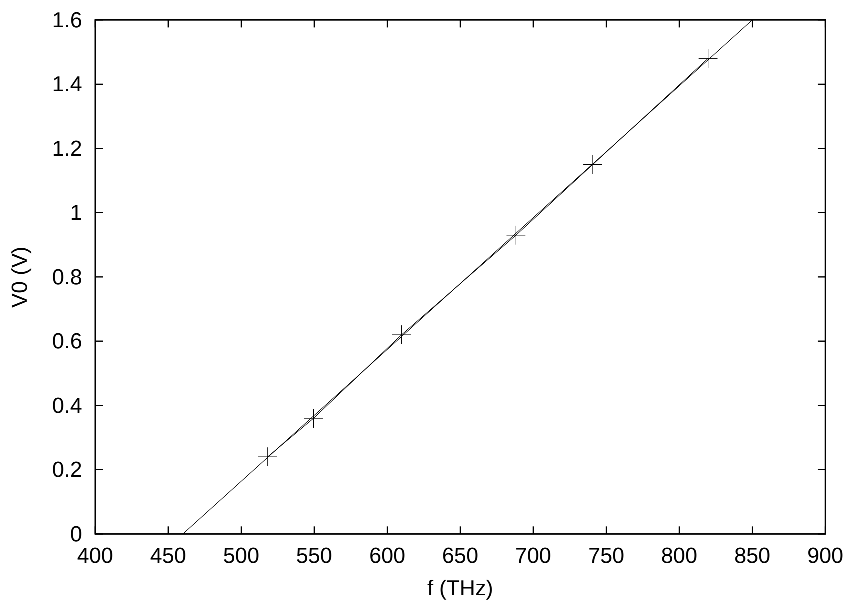
Institutt for fysikk, NTNU
Fag MNFFY 103 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2003

Løsningsforslag til øving 12

Veiledning fredag 11. april

Oppgave 1

Vi regner først ut frekvenser $f = c/\lambda$ ved de ulike bølgelengdene, og finner $f = 820, 741, 688, 610, 550, 518$ THz. (1 THz = 10^{12} s^{-1}) Dette gir så godt som en rett linje for $V_0(f)$:



For å få løsrevet elektroner fra metallplaten må fotonets energi hf være minst like stor som frigjøringsarbeidet Φ_0. Eventuell ekstraenergi gir de løsrevne elektronene kinetisk energi:

$$E_k = hf - \Phi_0$$

Da vil det være elektroner som når fram til den andre metallplaten, med mindre de bremses opp av den påtrykte spenningen V. Mer spesifikt, dersom potensialforskjellen mellom platene er så stor at

$$eV > E_k$$

vil ingen elektroner kunne nå fram til den andre platen, og amperemeteret viser null strøm. Stoppspenningen V_0 er altså bestemt av ligningen

$$eV_0 = hf - \Phi_0 \quad \text{dvs} \quad V_0 = \frac{h}{e}f - \frac{\Phi_0}{e}$$

Med andre ord, en rett linje med stigningskoeffisient h/e og skjæringspunkt på f-aksen ved

$$f_0 = \frac{\Phi_0}{h} \quad \text{dvs} \quad \Phi_0 = hf_0$$

Den rette linjen i figuren går gjennom punktene $(460, 0)$ og $(850, 1.6)$. Det betyr at

$$\frac{h}{e} = \frac{1.6}{390 \cdot 10^{12}} \simeq 4.1 \cdot 10^{-15} \ \text{Js/C}$$

mens frigjøringsarbeidet er

$$\Phi_0 = 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 460 \cdot 10^{12} \simeq 3.15 \cdot 10^{-19} \ \text{J} = 1.9 \ \text{eV}$$

Med tre siffers nøyaktighet er

$$\frac{h}{e} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{1.60 \cdot 10^{-19}} = 4.14 \cdot 10^{-15} \ \text{Js/C}$$

som stemmer bra med vår eksperimentelle verdi.

Oppgave 2

a) I forelesningene viste vi at en ideell *pn*-solcelle har følgende strøm-spenningskarakteristikk:

$$I(V) = I_\omega - I_0 \left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]$$

Effekten som leveres til en ytre krets er som vanlig gitt ved $P = VI$, dvs

$$P(V) = V \left\{ I_\omega - I_0 \left[\exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - 1\right]\right\}$$

Maksimal effekt bestemmes av $dP/dV = 0$, som gir

$$I_\omega - I_0 \left[\exp\left(\frac{eV_m}{k_B T}\right) - 1\right] - V_m I_0 \frac{e}{k_B T} \exp\left(\frac{eV_m}{k_B T}\right) = 0$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \quad \frac{I_\omega + I_0}{I_0} &= \exp\left(\frac{eV_m}{k_B T}\right)\left(1 + \frac{eV_m}{k_B T}\right) \\
\Rightarrow \quad V_m &= \frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{1 + I_\omega/I_0}{1 + eV_m/k_B T}\right) \\
&= \frac{k_B T}{e} \ln\left(1 + \frac{I_\omega}{I_0}\right) - \frac{k_B T}{e} \ln\left(1 + \frac{eV_m}{k_B T}\right) \\
&= V_{oc} - \frac{k_B T}{e} \ln\left(1 + \frac{eV_m}{k_B T}\right)
\end{aligned}
$$

b) Med utgangspunkt i Figur 3 kan vi skrive

$$
\frac{d\Xi}{d\lambda} = \begin{cases} 4x(\lambda - \lambda_0) & \text{for } \lambda_0 < \lambda < 2\lambda_0 \\ x(6\lambda_0 - \lambda) & \text{for } 2\lambda_0 < \lambda < 4\lambda_0 \end{cases}
$$

Her er $x = 2 \cdot 10^6$ GW/m^4 $= 2 \cdot 10^{15}$ J/m^{4}s og $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-7}$ m. Flere konstanter trenger vi ikke for å beskrive denne "kurven", og vi venter selvsagt med å sette inn tallverdiene til vi er ferdige med å regne.
Antall fotoner pr tidsenhet i bølgelengdeområdet $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ må bli

$$
\frac{d\Xi/d\lambda}{E_\lambda} \cdot A \cdot d\lambda = \frac{A}{hc}\lambda\frac{d\Xi}{d\lambda}d\lambda
$$

ettersom $d\Xi/d\lambda$ er energien pr tidsenhet pr flateenhet pr bølgelengdeenhet, $E_\lambda = hc/\lambda$ er energien pr foton, A er arealet, og $d\lambda$ er bølgelengdeintervallet. Integrerer vi denne størrelsen fra λ_0 til $4\lambda_0$, skulle det gi oss det totale antall fotoner absorbert av halvlederen pr tidsenhet. La oss kalle den søkte størrelsen for dN/dt:

$$
\begin{aligned}
\frac{dN}{dt} &= \frac{4Ax}{hc}\int_{\lambda_0}^{2\lambda_0}\left(\lambda^2 - \lambda_0\lambda\right)d\lambda + \frac{Ax}{hc}\int_{2\lambda_0}^{4\lambda_0}\left(6\lambda_0\lambda - \lambda^2\right)d\lambda \\
&= \frac{4Ax}{hc}\Big|_{\lambda_0}^{2\lambda_0}\left(\frac{\lambda^3}{3} - \frac{\lambda_0\lambda^2}{2}\right) + \frac{Ax}{hc}\Big|_{2\lambda_0}^{4\lambda_0}\left(3\lambda_0\lambda^2 - \frac{\lambda^3}{3}\right) \\
&= \ldots = \frac{62Ax\lambda_0^3}{3hc}
\end{aligned}
$$

Innsetting av tallverdier gir

$$
\frac{dN}{dt} = \frac{62 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{15} \cdot 8 \cdot 10^{-21}}{3 \cdot 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} \simeq 1.66 \cdot 10^{18} \ \text{s}^{-1}
$$

Når vi videre antar at hvert av disse fotonene skaper et elektron-hull par, dvs ladninger $-e$ og e som vandrer hver sin vei og bidrar additivt til fotostrømmen, har vi

$$I_\omega = \frac{dQ}{dt} = 2e\frac{dN}{dt} \simeq 0.53 \ \text{ A}$$

c) La oss starte med å bestemme verdien på "spenningen" $k_B T/e$ ved vår typiske påsketemperatur, ettersom den opptrer flere steder:

$$\frac{k_B T}{e} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273.15}{1.6 \cdot 10^{-19}} \simeq 23.56 \text{ mV}$$

Da har vi åpen-krets-spenningen

$$V_{oc} = 23.56 \ln\left(1 + \frac{0.53}{5 \cdot 10^{-9}}\right) \simeq 435 \text{ mV}$$

Ligningen som bestemmer V_m (i enheten mV) er da

$$V_m = 435 - 23.56 \ln\left(1 + \frac{V_m}{23.56}\right)$$

Slike ligninger kan ikke løses analytisk, men opptegning av funksjonen

$$F(V_m) = 435 - V_m - 23.56 \ln\left(1 + \frac{V_m}{23.56}\right)$$

gir nullpunkt ved ca 369. Altså er

$$V_m \simeq 369 \text{ mV}$$

Solcellen med areal $A = 10 \text{ cm}^2$ kan maksimalt gi oss en effekt

$$P_m = V_m \cdot I(V_m) = 0.369 \cdot \left[0.53 - 5 \cdot 10^{-9}\left(\exp(\frac{369}{23.56}) - 1\right)\right] = 0.184 \text{ W}$$

Dette var ikke rare greiene, bare ca $1/136$ av "ønsket" effekt på 25 W. La oss derfor prøve oss med et areal $A' = 136A = 0.136 \text{ m}^2$. Det gir $I'_\omega = 136 I_\omega = 72.4$ A, $V'_{oc} = 552$ mV, $V'_m = 480$ mV, og $I(V'_m) = 68.9$ A. Maksimal effekt nå er altså

$$P'_m = V'_m \cdot I(V'_m) = 33 \text{ W}$$

Tilsynelatende nok til å få lest fysikknotater i sofakroken på hytta! Men var det nå egentlig så lurt å lage strømkilden akkurat på denne måten? For å utnytte denne effekten i ei lyspære, må pæra ha en motstand

$$R_L = \frac{V_m'}{I_m'} = 7 \text{ m}\Omega$$

Problemet nå er at effekten i praksis aldri vil komme fram til lampa, for både metall-halvleder kontaktene, halvlederkrystallen selv, og tilførselsledningene vil alltid ha en motstand som langt overskrider den beregnede R_L. Dermed vil det meste av effekten tapes på andre steder enn i lyspæra. Løsningen ligger i å generere en høyere spenning og dermed oppnå akseptabel utgangseffekt med en lavere strømstyrke. Da kan motstanden R_L velges betydelig større, og helst så stor at den representerer det dominerende bidraget til kretsens totale motstand. En måte å få til dette på kunne f.eks. være å seriekoble mange pn-overganger.

Praktiske anvendelser involverer forøvrig som regel en form for oppladbare batterier, slik at solenergien kan konverteres til kjemisk energi og lagres inntil vi får bruk for den, f.eks. om kvelden etter at sola har gått ned.