Institutt for fysikk, NTNU
Fag MNFFY 103 Elektrisitet og magnetisme
Vår 2003

Øving 8

Veiledning: Fredag 14. mars
Innleveringsfrist: Tirsdag 18. mars

Oppgave 1: Hall-effekt med elektroner og hull

I forelesningene diskuterte vi Hall-effekten: Dersom vi plasserer en bit av et materiale i et magnetfelt $\vec{B} = B_z\hat{z}$ og driver en elektrisk strøm i x-retningen (med strømtetthet j_x), får vi etablert et elektrisk felt E_y i y-retningen, det såkalte Hall-feltet. Sammenhengen mellom disse tre størrelsene kunne uttrykkes ved Hall-konstanten R_H:

$$R_H \equiv \frac{E_y}{j_x B_z} = \frac{1}{nq}$$

der n er antall mobile ladninger pr volumenhet, og q er ladningen pr partikkel, dvs $q = -e$ for elektroner.
Vår utledning tok utgangspunkt i at vi kun hadde *en* type ladningsbærere tilstede i et gitt materiale. Nå har vi imidlertid kommet fram til at i noen materialer, fortrinnsvis halvledere (men også metaller dersom valensbånd og ledningsbånd overlapper i energi), vil vi ha *to* typer ladningsbærere tilstede, positivt ladete hull og negativt ladete elektroner. I en ren, "intrinsikk" halvleder har vi like mange hull som elektroner. I en "dopet" halvleder har vi enten i hovedsak elektroner ("n-type" halvleder) eller hull ("p-type halvleder).
Oppgaven her består etterhvert i å vise at med både hull og elektroner tilstede generaliseres ovenstående uttrykk for Hall-konstanten til

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B_z} = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2}$$

Her er n og p henholdsvis antall elektroner og hull pr volumenhet, mens μ_n og μ_p er *mobiliteten* for henholdsvis elektroner og hull.

Vi trenger selvsagt å vite hvordan mobiliteten er definert. Som vanlig antar vi at materialet er lineært og isotropt. Linearitet innebærer at partiklenes midlere driftshastighet $\vec{v}$ er proporsjonal med den drivende kraften $\vec{F}$, og dermed også proporsjonal med drivende kraft pr ladningsenhet, $\vec{f} = \vec{F}/|q|$. Isotropi innebærer at proporsjonalitetskonstanten er uavhengig av hvilken retning i materialet vi betrakter. (I et krystallinsk materiale vil vi typisk *ikke* ha isotropi, men det ser vi altså bort fra her!) Mobiliteten μ defineres nå nettopp ved

$$\vec{v} = \mu \vec{f}$$

Den drivende kraften er i vårt tilfelle Lorentzkraften:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

slik at

$$\vec{v} = \pm\mu(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

der positivt (negativt) fortegn gjelder for hull (elektroner) med ladning $q = e$ ($q = -e$). Med denne definisjonen er mobiliteten en positiv størrelse.
Det er ingen spesiell grunn til at elektroner og hull skulle oppnå samme driftshastighet for en bestemt verdi av den drivende kraften. Med andre ord, mobiliteten for elektroner og hull er generelt forskjellige:

$$\mu_n \neq \mu_p$$

a) Eksperimentet utføres ved at Hall-prøven påtrykkes en spenning, og dermed et elektrisk felt E_x i x-retningen. Magnetfeltet B_z i z-retningen fører til at ladningsbærerne avbøyes i y-retningen og etablerer et elektrisk felt E_y i y-retningen. Det er med andre ord ingen (netto) bevegelse i z-retningen, så vi kan skrive

$$\vec{v}_i = v_{ix}\hat{x} + v_{iy}\hat{y} \ \ ; \ \ i = n, p$$

for driftshastigheten til elektronene ($i = n$) og hullene ($i = p$). Uttrykk de ulike komponentene av driftshastighetene (dvs $v_{nx}, v_{ny}, v_{px}, v_{py}$) ved mobilitetene (μ_n, μ_p) og feltene (E_x, E_y, B_z).
Tips: Anta at driftshastigheter i x-retningen ikke påvirkes av magnetfeltet. Med andre ord, anta at $v_{iy}B_z \ll E_x$.

b) Når driftshastighetene er kjent, kan vi også beregne strømtettheten $\vec{j}$:

$$\vec{j} = \sum_{i=n,p} n_i q_i \vec{v}_i = j_x\hat{x} + j_y\hat{y}$$

(med $n_n = n$, $n_p = p$, $q_n = -e$ og $q_p = e$) Ved stasjonære forhold har vi $j_y = 0$. Bruk dette til å vise at Hall-konstanten R_H blir som oppgitt nederst på side 1.

c) Hva blir R_H for en n-type (dvs $n \gg p$) og en p-type (dvs $p \gg n$) halvleder?

Oppgave 2

a) For en gitt temperatur T sier halvlederligningen ("massevirkningsloven") at produktet av elektronkonsentrasjonen n og hullkonsentrasjonen p er konstant i en halvleder:

$$n \cdot p = konst.$$

Rent germanium (Ge) har ved romtemperatur ca $3 \cdot 10^{13}$ elektroner (eksitert til ledningsbåndet) pr cm^3. Dersom Ge forurenses ("dopes") med arsen (As), vil så godt som alle As-atomene bidra med (dvs "donere") ett elektron til ledningsbåndet (ved $T = 300$ K). Med et "dopenivå" på $N_d = 10^{17}$ As-atomer pr cm^3, bestem resulterende elektrontetthet n og hulltetthet p. Hvor mange ladningsbærere har vi *totalt* pr cm^3 (dvs hull + elektroner) i henholdsvis rent Ge og i Ge dopet med 10^{17} As-atomer pr cm^3?

b) I forelesningene sa vi rett og slett at tettheten av elektroner i ledningsbåndet (og dermed også tettheten av hull i valensbåndet) i en ren ("intrinsikk") halvleder er proporsjonal med faktoren $\exp(-E_g/2k_BT)$, der E_g er størrelsen på båndgapet. Et mer presist uttrykk kan beregnes, under forutsetning av at det kjemiske potensialet μ (også kalt *Ferminivået*) ligger i båndgapet og ikke for nær verken bunnen av ledningsbåndet eller toppen av valensbåndet:

$$n = p = AT^{3/2} \exp(-\frac{E_g}{2k_BT})$$

Faktoren A er ikke avhengig av T, men vil være forskjellig for ulike halvledere. For Ge er $A \simeq 2.4 \cdot 10^{15}$ K$^{-3/2}$ cm^{-3} og $E_g = 0.67$ eV, slik at $E_g/2k_B = 3884$ K. Regn ut n for temperaturer mellom 100 og 800 K (dvs mellom -173 og 527 °C) og tegn opp $n(T)$ både på lineær og logaritmisk skala.