

NOREGS TEKNISK-
NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Fagleg kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 41 93 / 41 43 39 30

EKSAMEN I FAG

SIF 4012 ELEKTROMAGNETISME
(SIF 4012 FYSIKK 2)

Onsdag 12. desember 2001

kl. 0900-1400

Nynorsk

Hjelpemiddel: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
- Typegodkjend kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidd av NTNU

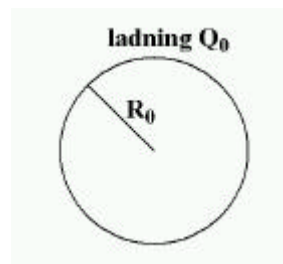
Side 2 – 4: Oppgave 1 – 3.
Side 5 – 7: Formelsamling.

Eksamen består av 10 deloppgåver som alle tel like mykje under vurderinga.
Vektorstorleiker er gjevne med **feite** typar i oppgåveteksta.
I samtlige oppgåver kan ein gå ut frå at det omgjevande mediet er luft, med permittivitet
 $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m og permeabilitet $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Sensuren kan ventast omlag 7. januar 2002.

OPPGÅVE 1

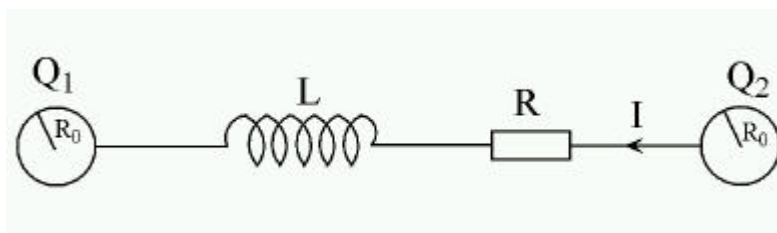
I oppgave a) og b) ser vi på ei (kompakt) metallkule med radius R_0 og netto (positiv) ladning Q_0 .



a) Kva vert det elektriske feltet $\mathbf{E}$ inne i kula når vi har elektrostatiske jamvekt, og kvifor? Bruk Gauss lov til å vise korleis ladninga Q_0 er fordelt på kula, og til å bestemme $\mathbf{E}$ utanfor kula (dvs for $r \geq R_0$).

b) Vis at ein kan skriva det elektriske potensialet V i ein avstand $r \geq R_0$ frå kulas sentrum på formen $V(r) = K_1 Q_0 / r$ og bestem koeffisienten K_1 . (Velg $V = 0$ for $r \rightarrow \infty$.) Kva vert V inne i kula? Vis deretter at kulas potensielle energi U_0 vert eit uttrykk på formen $U_0 = K_2 Q_0^2 / R_0$ og bestem koeffisienten K_2 . (Hint: Ein må utføra eit arbeid $dW = v(q) dq$ for å auka kulas ladning frå q til $q + dq$ når potensialet er $v(q)$.)

I resten av oppgåva betrakter vi to slike metallkuler, begge med radius R_0 , og til å begynne med med nettoladning henholdsvis Q_0 på kule 1 og $2Q_0$ på kule 2. Dei to kulene er så langt frå kvarandre at vi kan sjå bort frå direkte elektrostatiske krefter mellom dei. Kulene vert så forbundne ved tida $t = 0$ med ein elektrisk leiar via ein motstand med resistans R og ei spole med sjølvinduktans L (sjå figuren nedanfor). For $t \geq 0$ er ladninga på dei to kulene henholdsvis $Q_1(t) = Q_0 + q(t)$ og $Q_2(t) = 2Q_0 - q(t)$.



c) Ladninga q er beskriven av likninga

$$\ddot{q} + 2g \dot{q} + w_0^2 q = h_0$$

(der $\dot{q} = dq/dt$, $\ddot{q} = d^2q/dt^2$) med løysing

$$q(t) = a + be^{z_1 t} + ce^{z_2 t}$$

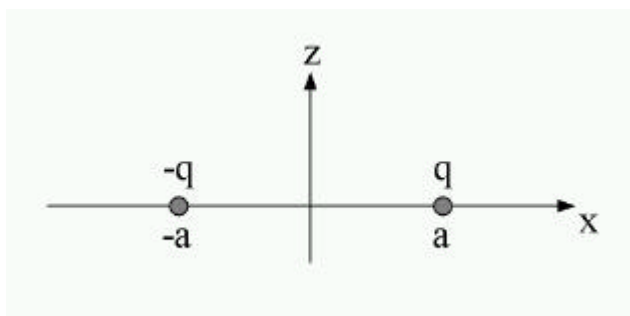
Bestem koeffisientane g , w_0 , h_0 , z_1 , z_2 , a , b og c . Anta $R > 0$ og $g > w_0$.

(Hint: Sett først opp uttrykket for potensialskilnaden mellom kulene, og bestem deretter likninga for q .)

d) Etter lang tid, dvs $t \rightarrow \infty$, er systemet i jamvekt. Kor mykje energi er då gått tapt som varme i motstanden R ?

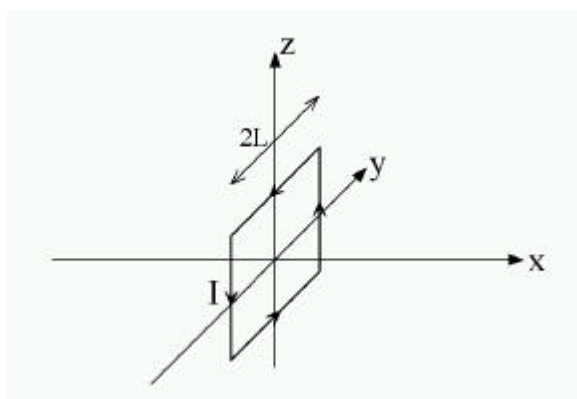
OPPGÅVE 2

a)



To punktladninger, q og $-q$ (med $q > 0$), er plasserte på x -aksen i henholdsvis $x = a$ og $x = -a$. Skisser feltlinjer for det elektriske feltet $\mathbf{E}$ i xz -planet. Bestem $\mathbf{E}(x)$ på x -aksen. Kva vert $\mathbf{E}$ på x -aksen til leiande orden i x for store verdier av x (dvs $|x| \gg a$)? Uttrykk svaret ved hjelp av systemet sitt elektriske dipolmoment $\mathbf{p}$.

b)



Ei kvadratisk leiarsløyfe (med tynn leiartråd) har sidekantar med lengd $2L$ og fører ein elektrisk likestraum I som synt i figuren. Sløyfa er plassert i yz -planet med sentrum i origo. Skisser feltlinjer for magnetfeltet $\mathbf{B}$ i xz -planet. Bestem $\mathbf{B}(x)$ på x -aksen. Kva vert $\mathbf{B}$ på x -aksen til leiande orden i x for store verdier av x (dvs $|x| \gg L$)? Uttrykk svaret ved hjelp av sløyfa sitt magnetiske moment $\mathbf{m}$.

c) Vi betrakter framleis felta på x -aksen. For små x (dvs $|x| \ll a, L$) kan ein skriva det elektriske feltet i oppgåve a) på formen $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}} E_0(1 + \alpha x^n)$, og magnetfeltet i oppgåve b) på formen $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{x}} B_0(1 + \beta x^m)$. Her er $\hat{\mathbf{x}}$ einingsvektor langs x -aksen. Bestem E_0 , α , n , B_0 , β og m .

Oppgitt:

Storleiken på magnetfeltet B frå ein rett straumførande leiar (likestraum I) med lengd $2L$, i planet som halverar leiaren, og i ein avstand d frå leiaren, er:

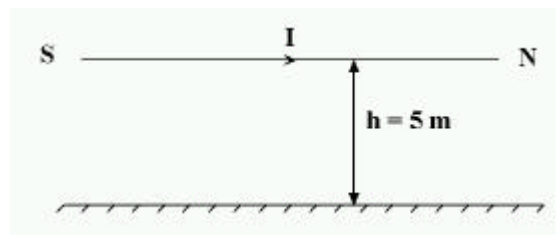
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d}{L}\right)^2}}$$

$$\frac{1}{(1+u)^n} = 1 - nu + \frac{n(n+1)}{2} u^2 \dots$$

OPPGÅVE 3

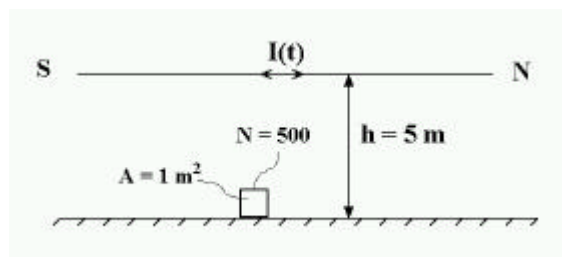
a)

Ein kraftoverføringskabel går parallelt med bakken, i høgd 5 m over bakkenivå i retning frå sør (dvs frå jordas magnetiske sørpol) mot nord (dvs mot jordas magnetiske nordpol), og fører ein elektrisk likestraum I . Kabelen kan antas å vera uendeleg lang.



Skisser feltlinjer for magnetfeltet $\mathbf{B}_I$ frå den straumførande kabelen i eit plan normalt på kabelens retning og med nord ut av planet. Bestem storleik og retning på $\mathbf{B}_I$ nede på bakkenivå rett under kabelen når $I = 400$ A. Ein orienteringsløpar befinn seg rett under den straumførande kabelen og held på med å ta ut kursen med kart og kompass. Bestem avviket på kompassnåla i forhold til nordleg retning når kompasset vert halde 1 m over bakken. Komponenten av jordas magnetfelt langs bakken er $B_J = 0.5 \cdot 10^{-4}$ T og retta mot nord.

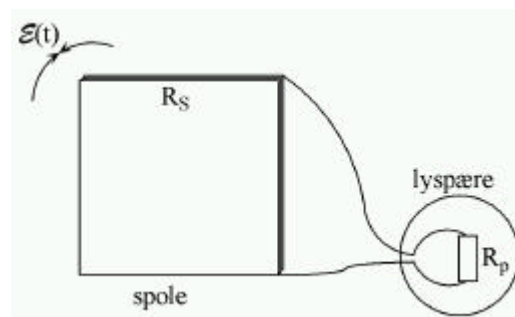
b) Ein tilsvarande kabel, med same retning og same høgd over bakken, fører ein vekselstraum $I(t) = I_0 \cos \omega t$, med amplitude $I_0 = 800$ A og frekvens $f = 50$ Hz. To fysikkstudantar har slått leir rett under denne kabelen. Med ei kvadratisk spole med $N = 500$ viklingar og areal $A = 1$ m² vil dei laga seg ei vekselspenningskilde.



Kva vert den induserte spenninga $E(t)$ i spola når denne vert plassert på bakken med flatenormalane retta mot aust og vest? Anta at spola si utstrekking i aust-vest-retning (dvs "tjukkleiken") er så liten at ein kan rekna med lik magnetisk fluks gjennom samtlege viklingar.

c)

Spoletråden er laga av koppar og har eit tverrsnittsareal $S = 3.45$ mm². Kor stor er spoletrådens motstand R_S ? Kor stor vert midlere effekt $\bar{P}$ utvikla i ei lyspære med motstand $R_p = 10$ Ω når den vert kobla til vekselspenningskilda i punkt b)?



Oppgitt:

Konduktiviteten til koppar er $\sigma = 5.8 \cdot 10^7$ Ω^{-1} m⁻¹.

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt \quad P = VI \quad \sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x|$$