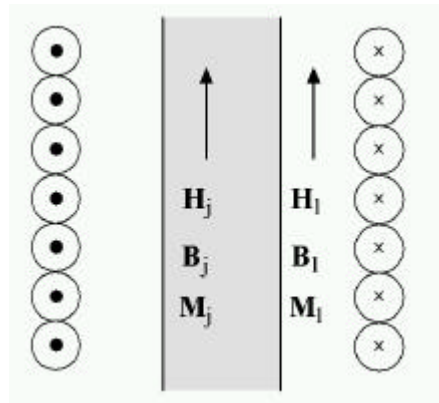


Løsning øving 11

Oppgave 1.



Den påtrykte strømmen I genererer en feltstyrke $H = nI$ på langs inne i solenoiden, uavhengig av materialet (pga Amperes lov). Dermed er det bare å benytte at

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

for å bestemme de ulike størrelsene:

Inne i jernstaven:

$$H_j = n I = 1000 \text{ m}^{-1} \cdot 2 \text{ A} = \underline{2000 \text{ A/m}}$$

$$B_j = \mu_r \mu_0 H_j = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (Vs/Am)} \cdot 2000 \text{ A/m} = \underline{5.03 \text{ T}}$$

$$M_j = (\mu_r - 1) H_j = \underline{4.0 \cdot 10^6 \text{ A/m}}$$

I den luftfylte delen inne i solenoiden:

$$H_l = H_j = \underline{2000 \text{ A/m}}$$

$$B_l = \mu_0 H_l = \underline{2.51 \cdot 10^{-3} \text{ T}}$$

$$M_l = \underline{0}$$

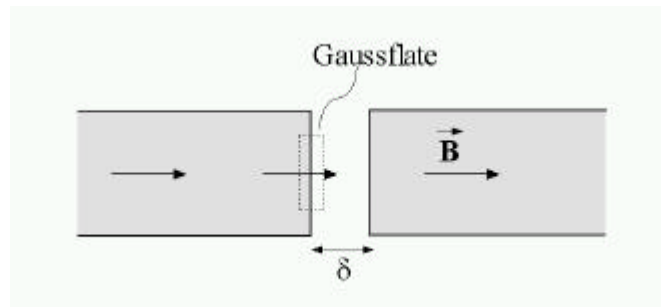
Den beregnede magnetiseringen inne i jernstaven, $M_j = 4.0 \cdot 10^6 \text{ A/m}$, er større enn metningsmagnetiseringen, og derfor ikke fysisk mulig. Årsaken er at vi har brukt den lineære sammenhengen $B = \mu_r \mu_0 H$ (evt: $M = \chi_m H$) mellom det totale magnetfeltet B og feltet H fra den påtrykte strømmen. (evt: mellom magnetiseringen M og det påtrykte feltet H). Her har vi imidlertid et så sterkt "ytte" felt H at en slik lineær sammenheng ikke lenger er gyldig (jfr hysteresekurven fra forelesningene). (De beregnede størrelsene er uavhengige av radiene til jernstaven og solenoiden.)

Oppgave 2

Tettheten av viklinger er: $n = N/2\pi R$. Inne i jernet har vi derfor:

$$H_j = n I = (N I) / (2 \pi R) = (400 \cdot 0.5A) / (2\pi \cdot 0.2m) = \underline{159 \text{ A/m}}$$

$$B_j = \mu_r \mu_0 H_j = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (\text{Vs/Am}) \cdot 159 \text{ A/m} = \underline{0.40 \text{ T}}$$



For å bestemme tilsvarende størrelser i den smale luftfylte spalten, betrakter vi først grenseflaten mellom jern og luft. Her står $\mathbf{B}$ normalt på grenseflaten, og ettersom normalkomponenten av $\mathbf{B}$ -feltet er kontinuerlig i grenseflater (utledet i forelesningene med utgangspunkt i Gauss lov for magnetfeltet: null netto magnetisk fluks gjennom lukket flate), betyr dette her at $\mathbf{B}$ er kontinuerlig. Ettersom vi har antatt at spalten er meget smal, vil $\mathbf{B}$ bli omtrent konstant i hele spalten, og dermed:

$$B_l = B_j = \underline{0.40 \text{ T}}$$

Følgelig blir H -feltet i luftspalten:

$$H_l = B_l / \mu_0 = 0.40 / (4\pi \cdot 10^{-7}) \text{ A/m} = \underline{3.18 \cdot 10^5 \text{ A/m}}$$

[Merk at spalten må være meget smal for at dette skal holde:

I utgangspunktet beregnet vi H_j ved hjelp av Amperes lov,

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_{tot} = NI,$$

og antok at $H = H_j$ = konstant rundt hele ringen. Men egentlig skulle vi ha tatt hensyn til at en liten bit av integrasjonsveien går gjennom luft, der H -feltet H_l er mye større enn inne i jernet. Hvis hele integralet fremdeles skal bli lik NI (som er en fiksert, "påtrykt" størrelse), betyr det at H -feltet må være svekket i jernet nær spalten. For at våre beregninger skal være gyldige, må altså bidraget til integralet i Amperes lov fra spalten, $H_l \delta$, kun utgjøre en neglisjerbar andel i forhold til totalverdien NI . Vi må altså ha $\delta \ll NI/H_l = 200A / (3.18 \cdot 10^5 \text{ A/m}) = 0.6 \text{ mm.}]$

Oppgave 3

Magnetfeltet inne i solenoiden er : $B(t) = \mu_r \mu_0 H(t) = \mu_r \mu_0 (N/L) I(t)$ (dvs for $r < R$).

Utenfor solenoiden: $B = 0$ ($r > R$)

For å beregne det induerte elektriske feltet utenfor solenoiden, må vi først finne induert elektromotorisk spenning.

Magnetisk fluks innenfor en vilkårlig radius $r > R$ må bli lik magnetisk fluks innenfor radius R (ettersom $B = 0$ for $r > R$):

$$f_m(t) = \int \vec{B}(t) \cdot d\vec{A} = B(t)pR^2 = m_r m_0 \frac{N}{L} I(t)pR^2$$

Fra Faradays induksjonslov får vi da en induert elektromotorisk spenning:

$$\mathcal{E} = - \frac{df_m(t)}{dt} = -m_r m_0 \frac{N}{L} p R^2 \frac{dI(t)}{dt}$$

som altså skal være lik $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Med sylindersymmetri og integrasjonsvei rundt en sirkel med radius r blir da det induerte elektriske feltet:

$$E_j = \mathcal{E} / (2\pi r) = -m_r m_0 \frac{N}{L} \frac{R^2}{2r} \frac{dI(t)}{dt} = \underline{m_r m_0 \frac{N}{L} \frac{R^2}{2r} \omega I_0 \sin \omega t}$$

Med $\omega=2\pi f$ og frekvens $f = 50 \text{ s}^{-1}$, strøm-amplitude $I_0 = 2\text{A}$, og $r = 0.05\text{m}$ blir amplituden A til det elektriske feltet ($E_j = A \sin \omega t$):

$$A = m_r m_0 \frac{N}{L} \frac{R^2}{2r} \omega I_0 = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{500}{0.5\text{m}} \cdot \frac{(0.01\text{m})^2}{2 \cdot 0.05\text{m}} \cdot 2\pi \cdot 50\text{s}^{-1} \cdot 2\text{A} = \underline{1.6 \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

[Retningen på $\mathbf{E}_\phi$ ved et bestemt tidspunkt finner vi ved å bruke Lenz' lov: Anta f.eks. at strømmen *øker* fra I til $I + \Delta I$, med retning som angitt i Figur 3 i oppgaveteksten. Da vil vi få en økning i B -feltet inn i planet. Indusert ems vil da ha en retning svarende til et elektrisk felt som vil generere en strøm i *motsatt* retning av endringen ΔI , slik at endringen i B -feltet motvirkes. Ved dette tidspunktet blir derfor retningen på $\mathbf{E}_\phi$ som angitt i Figur 3 i oppgaveteksten.]