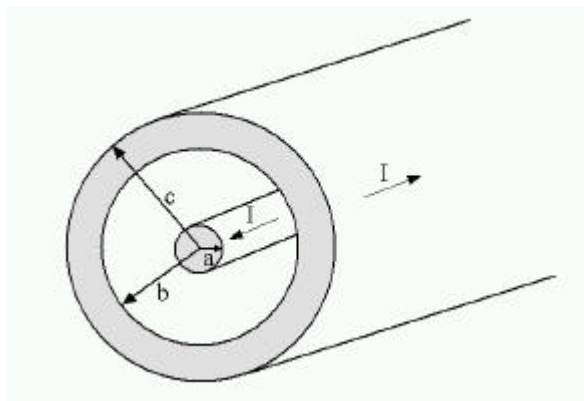


Øving 12

Veiledning: Onsdag 14. november

Innleveringsfrist: Fredag 16. november kl. 15.00.

Oppgave 1: Selvinduktans og magnetisk energitetthet til en koaksialkabel



En koaksialkabel har dimensjoner som vist i figuren. Både ledermaterialet og isolasjonsmaterialet mellom lederne har permeabilitet μ_0 . Strømmen i de to lederne er hhv $+I$ og $-I$. I øving 10 fant vi at magnetfeltet mellom de to lederne er $B(r) = \mu_0 I / (2\pi r)$, og rettet sirkulært (dvs normalt på både $\mathbf{r}$ og strømmens retning).

Selvinduktansen til en slik koaksialkabel kan beregnes på to måter:

A) Ved først å beregne den magnetiske fluksen ϕ_m mellom lederne og deretter benytte formelen $\mathcal{E} = -d\phi_m/dt = -L dI/dt$.

B) Ved først å beregne magnetisk energitetthet mellom lederne og deretter benytte formelen $W' = \frac{1}{2} L' I^2$. Her er W' magnetisk energi og L' selvinduktans, begge pr lengdeenhet av kabelen.

For enkelhets skyld kan vi anta at all strøm går i overflaten av den innerste lederen og i den indre overflaten av den ypperste lederen. (Dette er faktisk ikke en urimelig antagelse i praksis, på grunn av den såkalte "skinneffekten", som resulterer i at høyfrekvent vekselstrøm bare går i overflaten av ledermaterialet. Det kan vises at "inntrengningsdybden" er proporsjonal med $1/f^{1/2}$, og er f.eks. for kobber lik 6.6mm ved $f = 100$ Hz og 0.66 mm ved $f = 10$ kHz.)

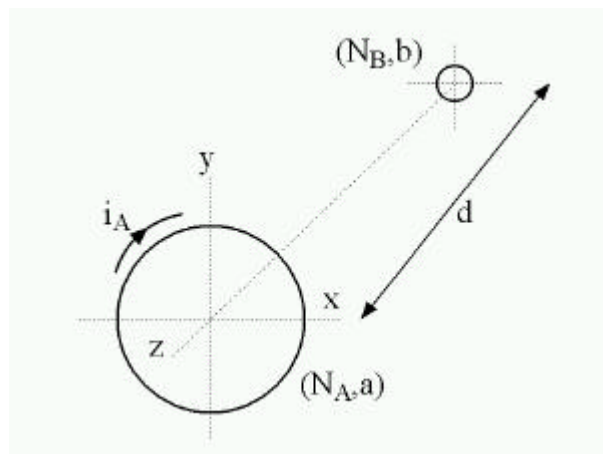
a) Bruk metode A til å vise at selvinduktansen pr lengdeenhet er $L' = (\mu_0/2\pi) \ln(b/a)$.

b) Hva blir selvinduktansen for en 10 m lang kabel med $a = 0.50$ mm og $b = 3.0$ mm? (Svar: 3.6 μH)

c) Bestem den magnetiske energitettheten $w_m = \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$ som funksjon av avstanden r fra kabelens senterakse. Bruk deretter metode B til å finne L' .

d) Beregn w_m numerisk ved $r = b$ når $I = 4.0$ A. (Svar: 28.3 mPa) (Dette tilsvarer et magnetisk trykk som ytterlederen presses utover med.)

Oppgave 2: Gjensidig induktans



To tynne spoler med viklingstall og radius hhv (N_A, a) og (N_B, b) er plassert parallelt og koaksialt med innbyrdes avstand d (se figuren). Spole B er så liten (dvs $b \ll a$) at du kan anta at magnetfeltet pga strøm i spole A er homogent gjennom hele spole B.

a) Vis at den gjensidige induktansen mellom spolene er

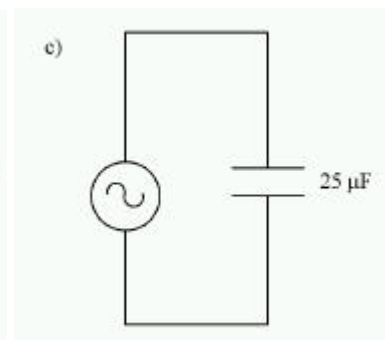
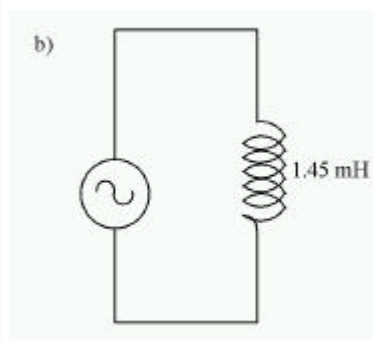
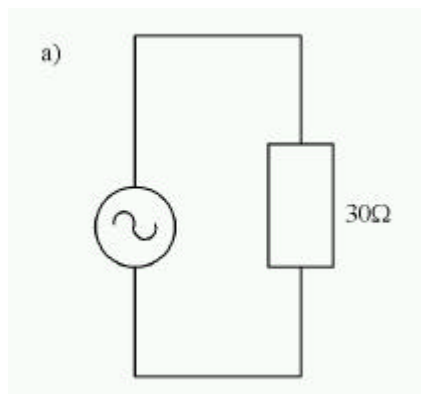
$$M = \frac{1}{2} \pi \mu_0 N_A N_B a^2 b^2 (a^2 + d^2)^{-3/2}$$

Oppgitt: Magnetfeltet langs akse til en enkel sirkelformet strømsløyfe med radius R , i avstand x fra strømsløyfa, er $B = \frac{1}{2} \mu_0 I R^2 (x^2 + R^2)^{-3/2}$.

b) Anta at $a = 10$ cm, $b = 1.0$ cm, $d = 5.0$ cm, $N_A = 50$ og $N_B = 10$. Spole A er påtrykt en vekselstrøm $i_A(t) = I_A \sin(\omega t)$ med amplitude 1.0 A og frekvens $f = 50$ Hz. Hva blir induisert spenning $E_B(t)$ i spole B på grunn av strømmen i spole A?

c) Anta at a , b , d , N_A og N_B er som under punkt b). Spole A fører en likestrøm $I_A = 1.0$ A. Spole B roterer om en akse som står normalt på z -aksen (se figuren) med frekvens $f = 100$ Hz. Hva blir induisert spenning i spole B? (Svar: amplituden til induisert spenning er 0.44 mV)

Oppgave 3: Impedans og fasevinkel



Hva er impedansen Z , med absoluttverdi $|Z|$ og fasevinkel α mellom spenning og strøm, for

a) en motstand $R = 30 \, \Omega$,

b) en induktans $L = 1.45 \, \text{mH}$, og

c) en kapasitans $C = 25 \, \mu\text{F}$,

når de påtrykkes en vekselspenning med frekvens $f = 50 \, \text{Hz}$?

Oppgave 4: Krets med motstand og kondensator

En motstand $R = 300 \, \Omega$ er parallellkoblet med en kapasitans $C = 0.25 \, \mu\text{F}$. Denne kretsen påtrykkes en vekselspenning med frekvens f slik at reaktansen til kapasitansen, X_C , blir lik $-R$.

a) Bestem frekvensen f . Bestem deretter impedansen $Z_p = |Z_p| \exp(i\alpha_p)$ for denne parallellkoblingen. (Svar: $|Z_p| = 212 \, \Omega$)

b) Kretsen under punkt a) seriekobles videre med en motstand $R = 300 \, \Omega$. Bestem resulterende impedans $Z = |Z| \exp(i\alpha)$ for denne seriekoblingen. (Svar: $|Z| = 474 \, \Omega$, $\alpha = -18.4^\circ$)

Oppgave 5: Lavpassfilter

Kretsen på figuren nedenfor representerer et enkelt lavpassfilter. Beregn forholdet mellom "ut-spenning" og "inn-spenning",

$$T = V_u / V_i,$$

som funksjon av (vinkel-)frekvensen ω og skisser forholdet i en figur. Ved hvilken ω blir $T = 1/2$ når $R = 50 \, \Omega$ og $C = 34.6 \, \text{nF}$? (Svar: $1 \, \text{MHz}$)

