

Kommentarer/tips i forbindelse med øving 12

Det er ganske mye å gjøre på denne øvingen. Gjør det du rekker nå og ta resten under eksamensforberedelsene.

Magnetisk energi(tetthet)

Uttrykkene for magnetisk energi(tetthet) vil bli utledet på forelesningen 13.11, men la oss likevel ta det essensielle her:

Hvis vi over en induktans (spole) med selvinduktans L har et spenningsfall v , har vi sammenhengen $v = L di/dt$ mellom strøm i og spenning v . Det betyr at tilført energimengde dU i løpet av et tidsrom dt må være

$$dU = P dt = v i dt = L i di$$

der $P = v i$ = tilført effekt, og vi har satt inn $v = L di/dt$. Anta at strømmen skrus på ved $t = 0$ og økes til en verdi I . Da blir total energi tilført induktansen lik

$$U = \int dU = \int_0^I L i di = \frac{1}{2} L I^2$$

Med en kabel med selvinduktans pr lengdeenhet lik L' blir dermed tilført energi pr lengdeenhet av kabelen lik

$$U' = \frac{1}{2} L' I^2$$

Uttrykket $u_B = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$ utledes deretter for en (uendelig lang og tett viklet) spole med $n = N/l$ viklinger pr lengdeenhet og tverrsnittsareal A . Da hadde vi tidligere funnet:

$$H = n I \quad \text{og} \quad f_m = NBA = LI, \text{ slik at}$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} (LI) I = \frac{1}{2} (NBA) \frac{H}{n} = \frac{1}{2} NBHA \frac{l}{N} = \frac{1}{2} HB \cdot Al$$

Her er Al lik volumet, slik at magnetisk energi pr volumenhet blir:

$$u_B = \frac{U}{Al} = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$$

Her har vi utledet dette uttrykket for et bestemt tilfelle, men det kan vises at det gjelder generelt for magnetfeltet.

Impedans Z

Vi skal snakke om *impedans* på neste forelesning. Vi definerer impedansen Z til en krets fra $V = Z I$, dvs $Z = V/I =$ påtrykt spenning/resulterende strøm. Skriver vi vekselspenningen på kompleks form,

$$V(t) = V_0 \exp(i\omega t)$$

(slik at den fysiske påtrykte spenningen er $\text{Re } V(t) = V_0 \cos \omega t$), får vi strømmen på formen

$$I(t) = I_0 \exp(i\omega t) = |I_0| \exp(-i\alpha) \exp(i\omega t)$$

Dermed blir impedansen en kompleks størrelse

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_0}{|I_0|} \exp(i\alpha)$$

med absoluttverdi

$$|Z| = \frac{V_0}{|I_0|}$$

og fasevinkel

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\text{Im } Z}{\text{Re } Z}\right)$$

Dette betyr at $I(t)$ er faseforskjøvet en vinkel $-\alpha$ i forhold til den påtrykte spenningen $V(t)$.

Til å bestemme $I(t)$ og Z har vi nå følgende til rådighet:

- Kirchhoffs strømlov og spenningslov
- sammenhengene $V_R = RI$ for resistans, $V_C = Q/C$ for kapasitans og $V_L = -L \, dI/dt$ for induktans
- $I = dQ/dt$

Ang. oppg. 4 i øving 12

For en krets med spenningskilde $V = V_0 \cos \omega t$ og kapasitans C viste vi sist at

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} = -\omega C V_0 \sin \omega t = -\omega C V_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Med kompleks representasjon $V = V_0 \exp(i\omega t)$ får vi:

$$I = i\omega C V_0 \exp(i\omega t)$$

slik at

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C} = -\frac{1}{\omega C} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \equiv X_C \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right)$$

som definerer *kapasitiv reaktans*

$$X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

Ang. oppg. 5 i øving 12

I oppgave 5 burde det egentlig ha stått

$$T = |V_u/V_i|$$

Med andre ord spørres det etter forholdet mellom *amplitudene* til ut-spenning V_u og inn-spenning V_i .