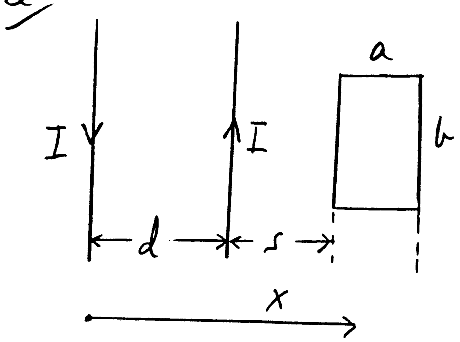
Oppgave 2.

a)



Potensialforskjellen mellom de 2 lederne vil være

$$\Delta V = V(d-R) - V(R) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{d-R}{R} - \ln\frac{d}{d-R}\right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{d-R}{R}\right)}} \quad \left(\approx \underline{\underline{\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{d}{R}\right)}}\right)$$

Ladning på stykke av lengde l

$$Q = \lambda l$$

Kapasitansen blir følgelig ($d \gg R$)

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\lambda l}{\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{d-R}{R}\right)} \approx \underline{\underline{\frac{\pi\varepsilon_0 l}{\ln(d/R)}}}$$

b) Magnetfeltet mellom lederne (rettet opp av papirplanet og vinkelrett dette) finnes ved å addere feltene fra hver av lederne. Med det gitte uttrykket har en da

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)$$

Magnetisk fluks gjennom sløyfe av lengde l blir følgelig

$$\Phi_m = \int \vec{B}\,d\vec{A} = l\int_R^{d-R} B\,dx = l\,\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_R^{d-R}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{d-x}\right)dx$$

$$= \frac{l\mu_0 I}{2\pi}\Big|_R^{d-R}\left[\ln x - \ln(d-x)\right] = \frac{l\mu_0 I}{2\pi}\,2\left(\ln(d-R) - \ln R\right)$$

$$= \underline{\frac{l\mu_0 I}{\pi}\ln\frac{d-R}{R}} \approx \underline{\frac{l\mu_0 I}{\pi}\ln(d/R)}$$

Selvinduktansen av sløyfen (ledningsstykket) blir følgelig

$$L = \frac{\Phi_m}{I} \approx \underline{\underline{\frac{l\mu_0}{\pi}\ln(d/R)}}$$

[Merk at $(L/l)(C/l) = \mu_0\varepsilon_0 = 1/c^2$ der c er lyshastigheten. c er da også forplantningshastigheten til elektriske signaler (bølger) langs ledningsparet.]

c) Magnetfeltet i den rektangulære strømsløyfen blir som funnet under punkt b) men med $d+s<x<d+s+a$. Med sløyfe av lengde b blir nå fluksen gjennom denne

$$\Phi_m = \int \vec{B}\,d\vec{A} = b\int_{d+s}^{d+s+a} B\,dx = \frac{b\mu_0 I}{2\pi}\Big|_{d+s}^{d+s+a}\left[\ln x - \ln(d-x)\right]$$

$$= \frac{b\mu_0 I}{2\pi}\left[\ln\left(\frac{d+s+a}{d+s}\right) - \ln\frac{s+a}{s}\right] = \underline{\frac{b\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{(d+s+a)s}{(d+s)(s+a)}}$$

Har så

$$\frac{dI}{dt} = -\omega I_0 \sin\omega t$$

Indusert elektromotorisk kraft blir dermed

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}\,d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \underline{\underline{\frac{b\mu_0\omega I_0}{2\pi}\sin\omega t\,\ln\frac{(d+s+a)s}{(d+s)(s+a)}}}$$