

Institutt for fysikk, NTNU

TFY4150/SIF4012: Elektromagnetisme

FY1303/MNFFY103: Elektrisitet og magnetisme

Høst 2003

Midtsemesterprøve fredag 17. oktober kl 1230 – 1530.

Svartabell på baksiden av eget ark. Sett tydelig kryss. Lever både oppgaveark og svarark!

Nr 1 av 2 versjoner med ulik rekkefølge på de 40 oppgavene.

Studentnummer:

Hjelpebidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller enklere.)
- Formelsamling Elektrostatikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Kryss av for 0 eller 1 alternativ på hver oppgave. Riktig svar gir 3 poeng, feil svar gir -1 poeng og ubesvart oppgave gir 0 poeng.
- Dersom ikke annet er oppgitt, antas det at systemet er i elektrostatisk likevekt.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er “potensial” underforstått “elektrostatisk potensial”, og tilsvarende for “potensiell energi”.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for (elektrostatisk) potensial og potensiell energi valgt uendelig langt borte.
- Noe av dette kan du få bruk for: $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
- Symboler angis i kursiv (f.eks V for potensial) mens enheter angis uten kursiv (f.eks V for volt).

Formelsamling Elektrostatikk

$\int d\mathbf{A}$ angir flateintegral og $\int dl$ angir linjeintegral. \oint angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot dl$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Gauss lov for elektrisk felt:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{fri}}$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{fri}}$$

- Elektrostatisk kraft er konservativ:

$$\oint \mathbf{E} \cdot dl = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Elektrisk polarisering:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \stackrel{\text{vakuum}}{=} \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Oppgaver

1) Et elektron og et proton

- A har samme ladning.
- B har svært ulik masse.
- C har lik masse.
- D frastøter hverandre.

2) Finn feil påstand: Elektrostatisk felt \mathbf{E} er konservativt. Det betyr at

- A arbeid, dvs "kraft ganger vei", utført av elektrostatiske krefter er uavhengig av veien.
- B veiintegralet av \mathbf{E} rundt en lukket kurve alltid forsvinner.
- C divergensen tilfeltet alltid forsvinner.
- D curl tilfeltet alltid forsvinner.

3) En partikkel med negativ ladning plasseres med null starthastighet i et elektrostatisk felt \mathbf{E} . Partikkelenes bevegelse blir

- A i retning lavere potensial.
- B i retning lavere potensiell energi.
- C i samme retning som \mathbf{E} .
- D i retning normalt på \mathbf{E} .

4) Hva er ikke en enhet for elektrisk felt E ?

- A N/C
- B V/m
- C kg m²/s² C
- D N/VF

5) Vi har innført elektrostatisk kraft \mathbf{F} , felt \mathbf{E} og potensial V . Superposisjonsprinsippet gjelder

- A bare for \mathbf{F} .
- B bare for \mathbf{E} .
- C bare for \mathbf{F} og \mathbf{E} .
- D for \mathbf{F} , \mathbf{E} og V .

6) I et område er det elektriske feltet

$$\mathbf{E} = \left(12\pi \frac{\text{V}}{\text{m}^2}\right) \cdot (x \hat{x} - 3y \hat{y} - 4z \hat{z})$$

Hva er da romladningstettheten ρ i dette området?

- A 2 mC/m³
- B 2 nC/m³
- C -2 nC/m³
- D -2 mC/m³

7) Det elektriske feltet på symmetriaksen og i avstand x fra sentrum av en jevnt ladet sirkulær skive med ladning Q og radius R er

- A $\frac{Q \left(1 - x/\sqrt{x^2 + R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$
- B $\frac{Q \left(1 - R/\sqrt{x^2 + R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$
- C $\frac{Q \left(1 + R/\sqrt{x^2 + R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$
- D $\frac{Q \left(1 + x/\sqrt{x^2 + R^2}\right)}{2\pi\varepsilon_0 R}$

8) Elektrostatisk felt er konservativt. Hvilket av disse er da et mulig elektrostatisk felt? ($k =$ konstant)

- A $\mathbf{E} = ky \hat{x}$
- B $\mathbf{E} = kz \hat{x}$
- C $\mathbf{E} = k(x \hat{y} - y \hat{x})$
- D $\mathbf{E} = k(z \hat{y} + y \hat{z})$

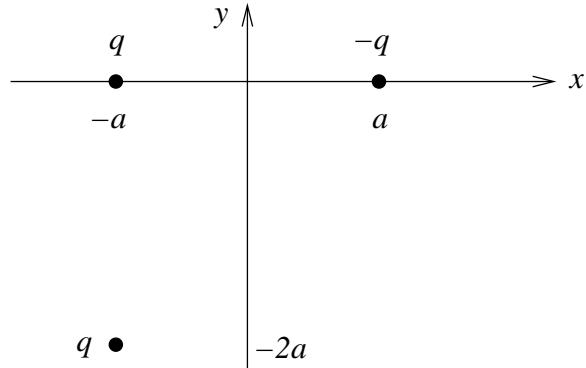
9) En glass-stav har et underskudd på $5 \cdot 10^9$ elektroner. Da er glass-stavens ladning

- A 80 nC
- B -80 nC
- C 0.8 nC
- D $3.2 \cdot 10^{-29}$ C

- 10) To punktladninger q og $-q$ er plassert på x -aksen, med q i $(x, y) = (-a, 0)$ og $-q$ i $(a, 0)$. Da blir kraften fra disse på en tredje punktladning q i $(-a, -2a)$

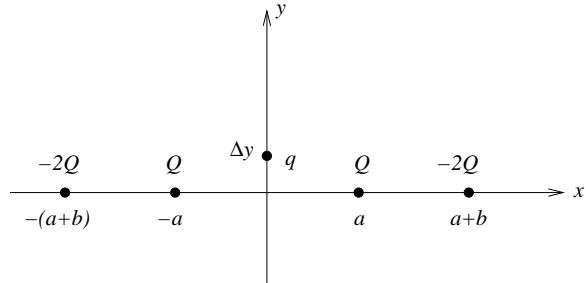
- A $\left[-\hat{x} + (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$
 B $\left[-\hat{x} - (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$
 C $\left[\hat{x} - (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$
 D $\left[\hat{x} + (2\sqrt{2} - 1)\hat{y} \right] F_0/8\sqrt{2}$

der $F_0 = q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$.



- 11) Fire punktladninger er plassert på x -aksen, som vist i figuren: Positive ladninger Q i $x = a$ og $x = -a$, negative ladninger $-2Q$ i $x = a + b$ og $x = -(a + b)$. En positiv testladning q kan bevege seg friksjonsfritt og kun langs y -aksen. Denne slippes, med null hastighet, fra sin startposisjon $y = \Delta y$ på den positive y -aksen. Hva skjer da med testladningen q ?

- A Den vil forsvinne mot $y = \infty$.
 B Den vil oscillere fram og tilbake omkring origo.
 C Den vil oscillere omkring en likevektsposisjon $y_0 > 0$.
 D Både A, B og C er mulig; utfallet avhenger av forholdet b/a .



- 12) En punktladning 36 nC ligger 9 mm unna en punktladning 25 nC. Elektrisk kraft mellom de to punktladningene er da

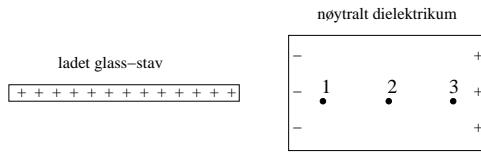
- A 0.03 N
 B 0.1 N
 C 0.9 N
 D 3.0 N

- 13) Et elektron med hastighet $\mathbf{v} = v \hat{x}$ kommer inn i et uniformt elektrisk felt rettet langs positiv z -akse. Den elektriske kraften på elektronet er da rettet langs

- A positiv z -akse.
 B negativ z -akse.
 C positiv x -akse.
 D negativ x -akse.

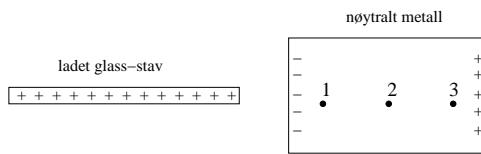
14) Du bringer en positivt og uniformt ladet glass-stav (isolator) nesten inntil et elektrisk nøytralt dielektrikum (isolator, med relativ permittivitet $\epsilon_r = 3$, f.eks.), som vist i figuren. På grunn av polarisering får vi indusert overflateladning på det nøytrale dielektrikumet, som vist i figuren. I hvilket av de angitte punktene 1, 2 og 3 i dielektrikumet har vi størst elektrisk potensial?

- A Like stort potensial i 1, 2 og 3.
- B Størst potensial i 1.
- C Størst potensial i 2.
- D Størst potensial i 3.



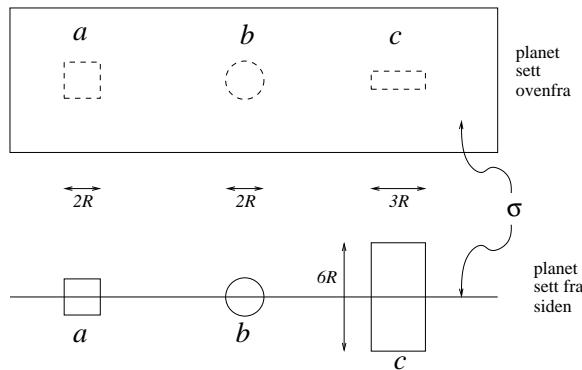
15) Du bringer en positivt og uniformt ladet glass-stav (isolator) nesten inntil et elektrisk nøytralt metall, som vist i figuren. Vi får da indusert overflateladning på det nøytrale metallet, som vist i figuren. I hvilket av de angitte punktene 1, 2 og 3 i metallet har vi størst elektrisk potensial?

- A Like stort potensial i 1, 2 og 3.
- B Størst potensial i 1.
- C Størst potensial i 2.
- D Størst potensial i 3.



16) En uniformt ladet uendelig stor flate har positiv ladning σ pr flateenhet. Tre gaussflater (lukkede flater) er vist i figuren: *a*: en kube med sidekanter $2R$, *b*: et kuleskall med radius R , og *c*: en rektangelformet "fyrstikkkeske" med sidekanter R , $3R$ og $6R$. De tre flatene omslutter *a*: et kvadrat med sidekanter $2R$, *b*: en sirkelformet skive med radius R , og *c*: et rektangel med sidekanter R og $3R$ når de krysser den ladete flaten (planet sett ovenfra). Ranger de tre lukkede flatene *a*, *b* og *c* i henhold til hvor stor netto elektrisk fluks som passerer ut gjennom dem.

- A $a > b > c$
- B $a > b = c$
- C $a = b = c$
- D $c > a > b$

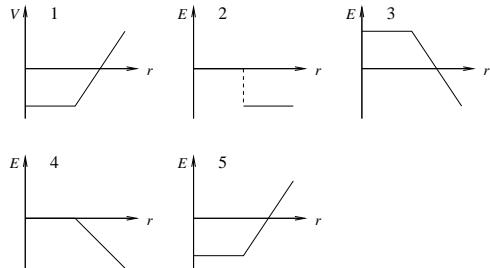


17) To kuler, 1 og 2, har like stor radius R og like stor ladning Q . Kulene vekselvirker ikke med hverandre. Kule 1 har ladningen jevnt fordelt utover overflaten mens kule 2 har ladningen jevnt fordelt utover hele volumet. Kule 1 har potensiell energi U_1 , kule 2 har potensiell energi U_2 . Finn det riktige svaret!

- A $U_1 = Q^2/8\pi\epsilon_0 R$, $U_2 = Q^2/20\pi\epsilon_0 R$
- B $U_1 = Q^2/8\pi\epsilon_0 R$, $U_2 = 3Q^2/20\pi\epsilon_0 R$
- C $U_1 = 3Q^2/20\pi\epsilon_0 R$, $U_2 = Q^2/8\pi\epsilon_0 R$
- D $U_1 = Q^2/4\pi\epsilon_0 R$, $U_2 = 3Q^2/20\pi\epsilon_0 R$

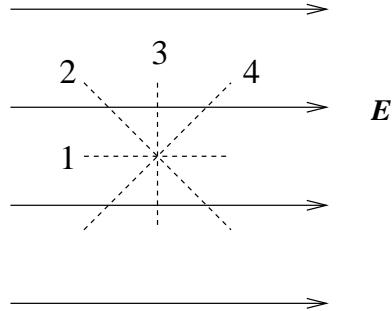
18) Hvis potensialet V som funksjon av avstanden r fra en ladningsfordeling er som vist i graf nr 1, hvilken graf viser da det elektriske feltet E som funksjon av avstanden r ?

- A 2
- B 3
- C 4
- D 5



19) Figuren viser et uniformt elektrisk felt \mathbf{E} (heltrukne linjer). Langs hvilken stiplet linje endrer potensialet seg raskest?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



20) Potensialet i et område er

$$V(x) = 100 \text{ V} - (5 \text{ V/m}^2)x^2$$

Det elektriske feltet i dette området er da

- A $100 \text{ V } \hat{x}$
- B $95 \text{ V/m } \hat{x}$
- C $(5 \text{ V/m}^2) \hat{x}$
- D $(10 \text{ V/m}^2) x \hat{x}$

21) Potensialet i et område er

$$V(x, y, z) = (8 \text{ V/m})x + (7 \text{ V/m})y + (6 \text{ V/m})z$$

Da er y -komponenten av det elektriske feltet i dette området

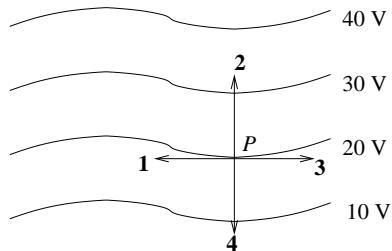
- A -6 V/m
- B -7 V/m
- C -8 V/m
- D -21 V/m

22) Potensialet på et uendelig stort negativt ladet plan er 20 V. Planet har en uniform ladningstetthet -2 nC/m^2 . I hvilken avstand fra planet er da $V = 0$?

- A 18 m
- B 18 cm
- C 18 mm
- D Potensialet V er her positivt overalt.

23) Hvilken vektor representerer best retningen til det elektriske feltet i punktet P på 20-volts ekvipotensialflaten?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

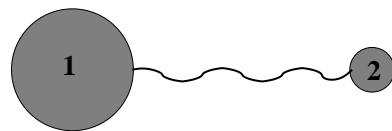


24) En metallkule har radius 5 cm. Hvor mye ladning kan akkumuleres på en slik kule før vi får overslag ("coronautladning") i lufta omkring? Overslag i luft inntreffer hvis det elektriske feltet blir større enn 3 MV/m.

- A $0.08 \mu\text{C}$
- B $0.28 \mu\text{C}$
- C $0.56 \mu\text{C}$
- D $0.83 \mu\text{C}$

25) To positivt ladete metallkuler (av samme type metall) er forbundet med en metalltråd. Kule 1 er større enn kule 2. Hvilket utsagn er da ikke riktig?

- A Det elektriske feltet inne i kule 1 er like stort som inne i kule 2.
- B Netto ladning inne i kule 1 er større enn inne i kule 2.
- C Det elektriske feltet på overflaten av en av kulene er rettet radielt utover fra kulens sentrum.
- D Potensialet på kule 1 er like stort som på kule 2.



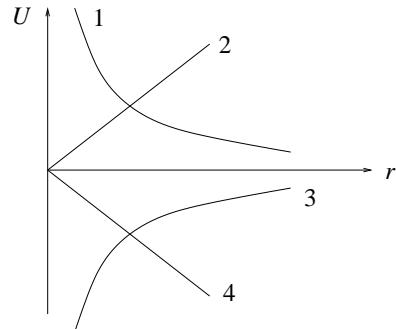
26) Den potensielle energien til to elektroner i innbyrdes avstand 2 Å er

- A 7.2 MeV
- B 7.2 keV
- C 7.2 eV
- D 7.2 meV

Oppgitt: $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

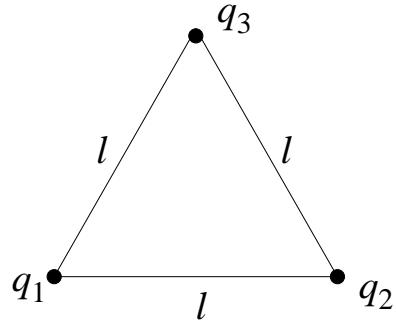
27) Hvilken kurve representerer den potensielle energien U til et elektron som funksjon av dets avstand r fra et proton?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



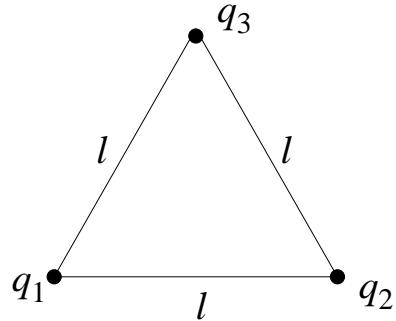
28) Tre punktladninger $q_1 = -10 \mu\text{C}$, $q_2 = -20 \mu\text{C}$ og $q_3 = -30 \mu\text{C}$ er plassert i hvert sitt hjørne av en likesidet trekant med sider $l = 50 \text{ cm}$. Systemets potensielle energi er

- A -3.18 kJ
- B -19.8 J
- C 19.8 J
- D 3.18 kJ



29) Tre punktladninger $q_1 = -10 \mu\text{C}$, $q_2 = -20 \mu\text{C}$ og $q_3 = 30 \mu\text{C}$ er plassert i hvert sitt hjørne av en likesidet trekant med sider $l = 50 \text{ cm}$. Systemets potensielle energi er

- A -2.35 kJ
- B -12.6 J
- C 12.6 J
- D 2.35 kJ



30) En parallelplatekondensator består av to like store metallplater, hver med areal A , med innbyrdes avstand d . Med ladning Q og $-Q$ på de to platene er potensialforskjellen mellom dem ΔV . Kondensatorens kapasitans C er definert som $C = Q/\Delta V$. Anta at platenes lineære utstrekning (\sqrt{A}) er mye større enn avstanden mellom dem, og at rommet mellom platene er fylt med luft (\simeq vakuum). Da blir kondensatorens kapasitans

- A $C = \epsilon_0 d/A$
- B $C = \epsilon_0 A/d$
- C $C = d/\epsilon_0 A$
- D $C = A/\epsilon_0 d$

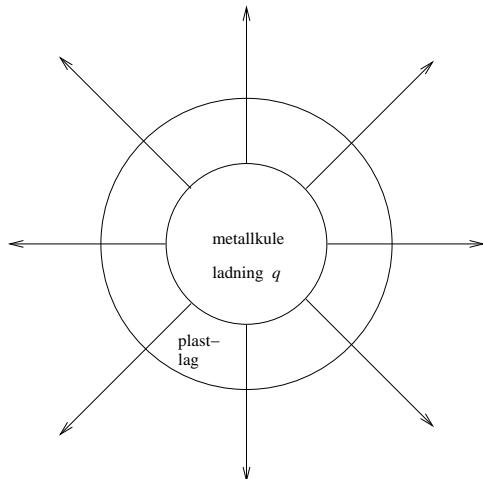
31) En parallelplatekondensator har kvadratiske plater med sidekanter 3 cm og avstand 2 mm mellom platene. Hvor stor er kondensatorens kapasitans dersom den er fylt med luft (vakuum)?

- A 4.0 pF
- B 4.0 nF
- C 4.0 μ F
- D 4.0 mF

32) Potensialforskjellen mellom metallplatene i en parallelplatekondensator er i utgangspunktet V_0 . Energien som er lagret i kondensatoren er da U_0 . Så endres potensialforskjellen mellom platene til $2V_0$. Da blir energien som er lagret i kondensatoren lik

- A $U_0/4$
- B $U_0/2$
- C $2U_0$
- D $4U_0$

33) En metallkule med ladning q og radius R er belagt med et lag elektrisk nøytral plast med tykkelse R og permittivitet $\epsilon = 3\epsilon_0$. Pilene i figuren angir da feltlinjer for



- A elektrisk forskyvning \mathbf{D}
- B elektrisk felt \mathbf{E}
- C polarisering \mathbf{P}
- D både \mathbf{D} og \mathbf{E}

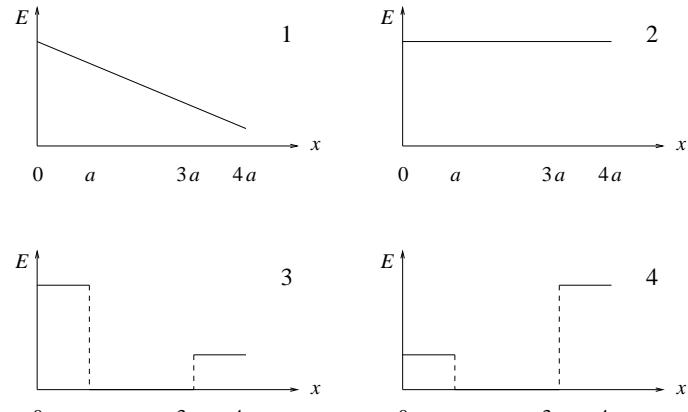
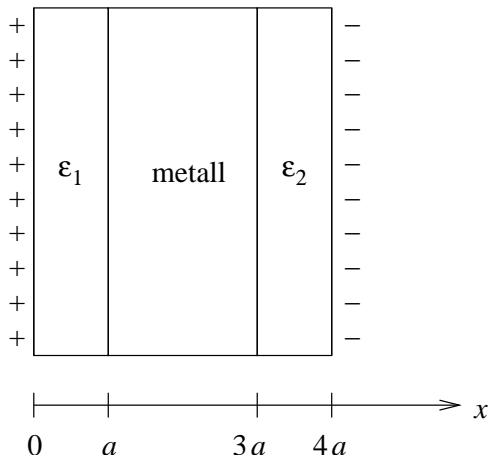
34) En parallelplatekondensator består av to tilnærmet uendelig store parallelle metallplater i innbyrdes avstand d . Med vakuum i hele rommet mellom platene er kapasitansen C_0 . En dielektrisk skive med tykkelse $d/3$, permittivitet $\epsilon = 3\epsilon_0$, og med samme areal som de to opprinnelige metallplatene, settes inn mellom platene som vist i figuren. Da blir kondensatorens kapasitans C_1 lik

- A $C_1 = 2C_0/3$
- B $C_1 = 7C_0/9$
- C $C_1 = C_0$
- D $C_1 = 9C_0/7$



35) To tilnærmet uendelig store metallplater har ladning $\pm\sigma$ pr flateenhet og er plassert i yz -planet, dvs i $x = 0$ (den positive), og i $x = 4a$ (den negative), som vist i figuren nedenfor til venstre. Rommet mellom platene er fylt med to dielektriske lag og et metall-lag, alle tre elektrisk nøytrale. Det dielektriske laget i rommet $0 < x < a$ har permittivitet $\epsilon_1 = 2\epsilon_0$. Det dielektriske laget i rommet $3a < x < 4a$ har permittivitet $\epsilon_2 = 6\epsilon_0$. Hvilken av de fire grafene i figuren nedenfor til høyre illustrerer det elektriske feltet E som funksjon av avstanden x fra den positivt ladete metallplata?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

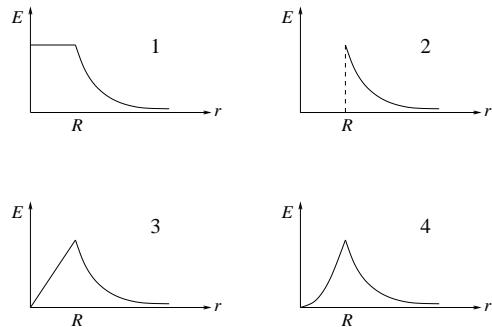


36) Potensialforskjellen mellom katoden og skjermen i et TV-apparat er 22 kV. Dersom vi antar at et elektron forlater katoden med null hastighet, hvor stor er da hastigheten umiddelbart før det treffer skjermen?

- A $2.2 \cdot 10^7$ m/s
- B $4.4 \cdot 10^7$ m/s
- C $6.6 \cdot 10^7$ m/s
- D $8.8 \cdot 10^7$ m/s

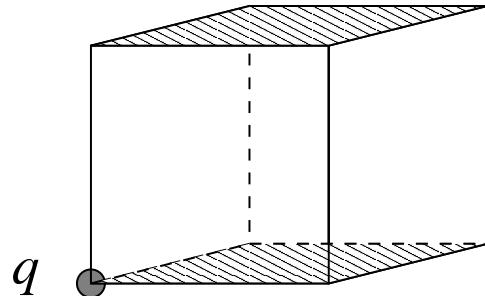
37) Ei kule med radius R har en ladningstetthet, dvs ladning pr volumenhet, som er omvendt proporsjonal med avstanden r fra kulas sentrum: $\rho(r) = k/r$ (k = konstant). Fastslå, ved hjelp av Gauss' lov, hvilken graf i figuren til høyre som representerer den resulterende elektriske feltstyrken E som funksjon av r . [Ikke bekymre deg over at *ladningstettheten* $\rho \rightarrow \infty$ når $r \rightarrow 0$. *Ladningen* i kula er likevel *endelig*.]

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



38) En punktladning q er plassert i det ene hjørnet av en kube som vist i figuren. Hva blir total elektrisk fluks gjennom de to skraverte sideflatene ("topplokket" og "bunnen")?

- A q/ϵ_0
- B $q/6\epsilon_0$
- C $q/12\epsilon_0$
- D $q/24\epsilon_0$



39) To heliumkjerner, begge med ladning $+2e$ og masse henholdsvis $3m_p$ (${}^3\text{He}$) og $4m_p$ (${}^4\text{He}$), er i utgangspunktet i ro. De to kjernene kan gis like stor hastighet ved å

- A akselerere dem gjennom en like stor potensialforskjell.
- B akselerere ${}^3\text{He}$ gjennom V volt og ${}^4\text{He}$ gjennom $V/2$ volt.
- C akselerere ${}^3\text{He}$ gjennom V volt og ${}^4\text{He}$ gjennom $3V/4$ volt.
- D akselerere ${}^3\text{He}$ gjennom V volt og ${}^4\text{He}$ gjennom $4V/3$ volt.

40) Et etanolmolekyl har dipolmoment $p = 3.66 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$. En liter ren etanol inneholder ca 17.0 mol, der 1 mol = $6.02 \cdot 10^{23}$ molekyler. Hva blir da øvre teoretiske grense for elektrisk polarisering P i en liter etanol?

- A $P = 16 \text{ C/m}^2$
- B $P = 3.7 \cdot 10^{-2} \text{ C/m}^2$
- C $P = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$
- D $P = 1.3 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$