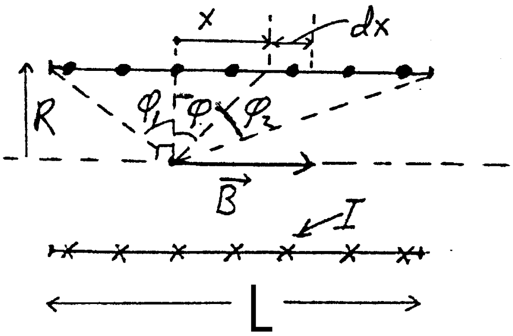
Institutt for fysikk, NTNU
Fag SIF 4012 Elektromagnetisme og
MNFFY 103 Elektrisitet og magnetisme
Høst 2002

Øving 10

Veiledning: Torsdag 31. oktober
Innleveringsfrist: Tirsdag 5. november kl 12.00

Oppgave 1. Magnetfelt i spole med endelig lengde



En spole har lengde L og radius R. Benytt uttrykket for magnetfeltet langs aksen til en enkel sirkelformet strømsløyfe (som du regnet ut i oppgave 3c i øving 8),

$$B(x) = \frac{m_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

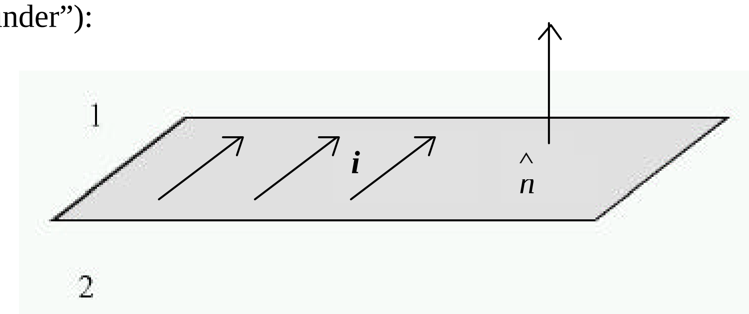
til å vise at magnetfeltet langs aksen til spolen kan uttrykkes som

$$B = m_0 n I \frac{1}{2}\left(\sin j_2 - \sin j_1\right)$$

Her er I strømstyrken i viklingene og n = N/L er tettheten av viklinger. Vinklene φ_1 og φ_2 er som angitt på figuren (med $\varphi_1 < 0$).
(Tips: Matematikken i dette problemet ligner endel på oppgave 4a i Øving 2.)
Hva blir B når L $\to \infty$?

Oppgave 2. Varmeutvikling i spole
En (tilnærmet uendelig) lang, luftfylt spole er laget med kobbertråd og har en viklingstetthet n = 1000 m^{-1}. Hvor stor strøm I må gå i kobbertråden for at magnetfeltet inne i spolen skal bli 1.0 T? Kobbertråden har et sirkulært tverrsnitt og diameter d = 1.0 mm. Hvor stort blir effekttapet pr lengdeenhet av kobbertråden når den fører strømmen I? (Svar: 13.9 kW/m)
Oppgitt: Konduktiviteten til Cu: $\sigma = 5.8 \cdot 10^7 \Omega^{-1}$ m^{-1}

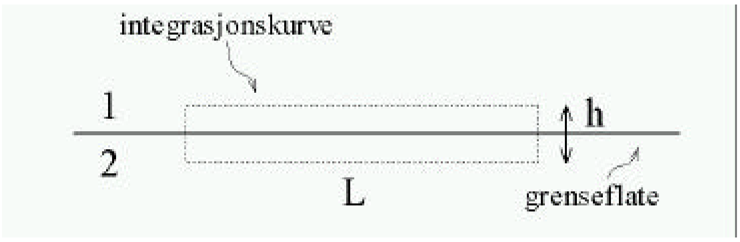
Oppgave 3. Grenseflatebetingelser for magnetfeltet
(Sammenlign med oppgave 2 i øving 5!)
En grenseflate med strømtetthet $\vec{i}$ (dvs strøm pr lengdeenhet) deler rommet i områdene 1 ("over") og 2 ("under"):



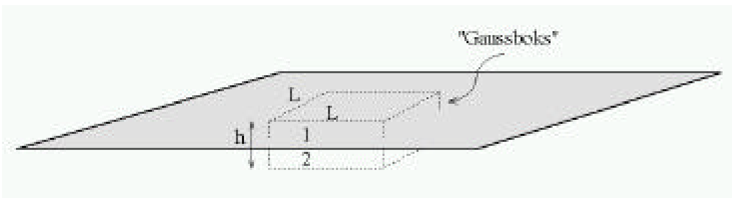
Komponenten av $\vec{B}$ tangentielt til grenseflaten og samtidig normalt på strømretningen blir da diskontinuerlig når grenseflaten krysses, slik at sammenhengen mellom $\vec{B}_1$ "like over" grenseflaten og $\vec{B}_2$ "like under" grenseflaten er gitt ved

$$\vec{B}_1 - \vec{B}_2 = m_0\left(\vec{i} \times \hat{n}\right) \qquad (*)$$

der $\hat{n}$ er en enhetsvektor som står normalt på grenseflaten og peker oppover. Vis dette!
Hint: Bruk de to Maxwell-ligningene $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = m_0 I$ og $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ til å utlede (*) for de ulike komponentene av $\vec{B}$ henholdsvis tangentielt (B_t, med komponenter $B_{t\wedge}$ og $B_{t||}$ hhv normalt på og parallelt med retningen på strømmen) og normalt (B_n) til grenseflaten. Bruk "Amperekurver" som antydet i figuren nedenfor, dvs rektangler med orientering normalt til grenseflaten, og dessuten orientering henholdsvis normalt til $\vec{i}$ og parallell med $\vec{i}$ for komponentene av B_t normalt til ($B_{t\wedge}$) og parallell med ($B_{t||}$) $\vec{i}$.



En fornuftig "Gaussboks" for betraktning av B_n vil være



Du lar L være "endelig, men liten" (dvs: så liten at feltstyrken og strømmen kan antas konstant over hele lengden L, evt flaten L×L) mens h → 0.

Oppgave 4 Kvalitativt (klassisk) bilde av diamagnetisme

Et atom, f.eks. hydrogenatomet, kan betraktes som et elektron, med ladning –e og masse m_e, som beveger seg i sirkulær bane rundt en kjerne, med ladning +e. Uten noe ytre magnetfelt tilstede vil sammenhengen mellom elektronets hastighet v_0 og banens radius R være bestemt av ligningen

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{m_e v_0^2}{R},$$

dvs sentripetalkraften må være like stor som Coulombkraften.

Anta så at vi skrur på et magnetfelt $\vec{B}$, for enkelhets skyld rettet normalt på elektronets sirkulære bane. Elektronet påvirkes da i tillegg av en magnetisk kraft $-e\vec{v}\times\vec{B}$, som gir et tilleggsledd i bevegelsesligningen, og dermed en endret sammenheng mellom elektronets hastighet og banens radius. Anta at magnetfeltet ikke endrer banens radius R, og bestem elektronets hastighet v med magnetfeltet $\vec{B}$ tilstede. Vis at *endringen* i elektronets magnetiske moment som følge av hastighetsendringen $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ alltid vil være *motsatt rettet* $\vec{B}$, uansett om $\vec{B}$ peker "opp" eller "ned" i forhold til elektronets omløpsretning.

Kommentarer:

1. Vi betrakter her altså kun det magnetiske momentet som er knyttet til banebevegelsen til elektronet, og den endringen i magnetisk moment som er knyttet til hastighetsendringen. Et slik atom med ett elektron vil i tillegg ha et magnetisk moment knyttet til elektronets indre dreieimpuls (dvs spinn), og i et ytre magnetfelt vil atomets totale magnetiske moment ha en tendens til å rette seg inn i samme retning som magnetfeltet. Dette er den *paramagnetiske* effekten, og i medier som består av atomer med permanente magnetiske moment vil denne effekten som regel være en god del sterkere enn den *diamagnetiske* effekten som vi studerer her. Imidlertid er det mange stoffer som har atomer eller molekyler med null permanent magnetisk moment. I slike stoffer har vi ingen paramagnetisk effekt og de blir diamagnetiske.
2. Strengt tatt er det nødvendig med en kvantemekanisk beskrivelse for å forklare diamagnetisme skikkelig. Imidlertid gir denne enkle klassiske modellen et brukbart kvalitativt bilde av effekten.