

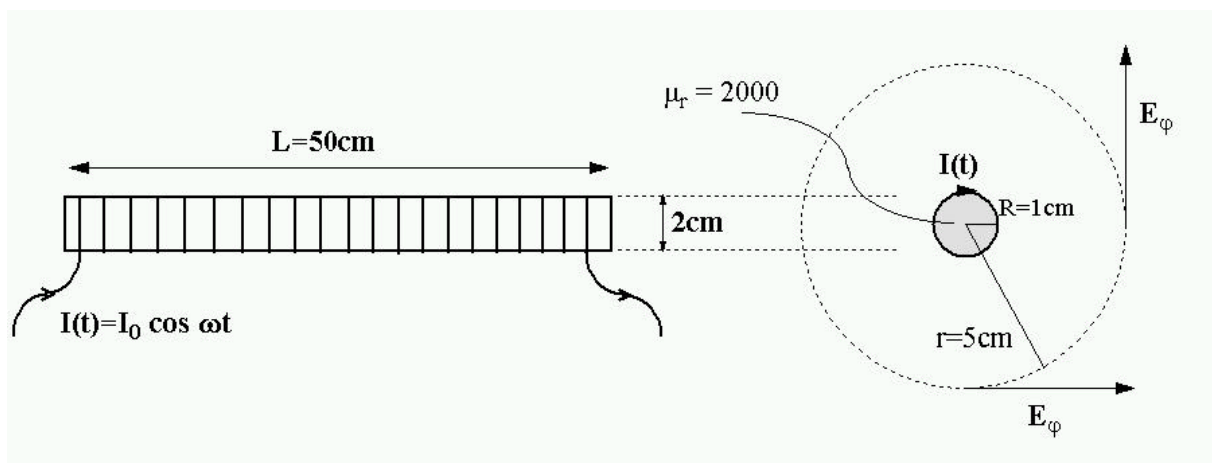
Øving 12

Veiledning: Torsdag 14. november
 Innleveringsfrist: Tirsdag 19. november kl 12.00

(Alt nødvendig stoff er nok ikke gjennomgått før 14.11, men oppg. 1-3 burde gå an å få til. Terskelen for å få denne øvingen godkjent blir ikke spesielt høy.)

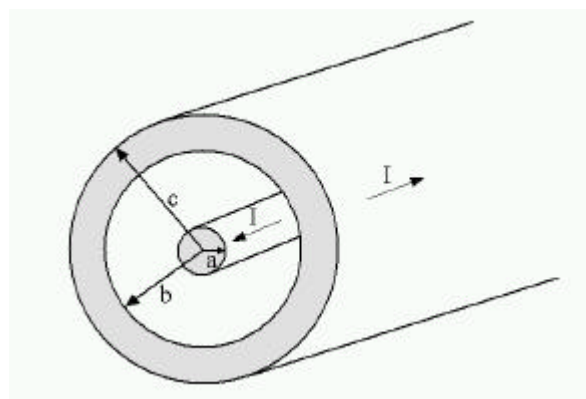
Oppgave 1. Elektrisk felt fra spole med vekselstrøm

Når en rett spole blir påtrykt en strøm $I(t)$ som varierer med tiden t , blir det induisert et elektrisk felt E_ϕ i sirkulær retning rundt spolen, som vist i Figur 1. Spolen er fylt med jern ($\mu_r = 2000$), har $N = 500$ viklinger, lengde $L = 50$ cm og radius $R = 1$ cm. Beregn $E_\phi(r, t)$ for $r > R$ når det sendes en vekselstrøm $I(t) = I_0 \cos \omega t$ gjennom viklingene på spolen. Anta at spolen er lang nok til at vi kan neglisjere magnetfeltet på utsiden. Hva blir amplituden til det elektriske feltet E_ϕ i en avstand $r = 5$ cm fra spolens senterakse når strømmen har amplitude 2 A og frekvens 50 Hz? (Svar: 1.6 V/m)



Figur 1

Oppgave 2. Selvinduktans og magnetisk energitetthet til en koaksialkabel



En koaksialkabel har dimensjoner som vist i figuren. Både ledermaterialet og isolasjonsmaterialet mellom lederne har permeabilitet μ_0 . Strømmen i de to lederne er hhv $+I$ og $-I$. I øving 9 fant vi at magnetfeltet mellom de to lederne er $B(r) = \mu_0 I / (2\pi r)$, og rettet sirkulært (dvs normalt på både $\mathbf{r}$ og strømmens retning).

Selvinduktansen til en slik koaksialkabel kan beregnes på to måter:

A) Ved først å beregne den magnetiske fluksen ϕ_m mellom lederne og deretter benytte formelen $E = -d\phi_m/dt = -L dI/dt$.

B) Ved først å beregne magnetisk energitetthet mellom lederne og deretter benytte formelen $W' = \frac{1}{2} L' I^2$. Her er W' magnetisk energi og L' selvinduktans, begge pr lengdeenhet av kabelen.

For enkelhets skyld kan vi anta at all strøm går i overflaten av den innerste lederen og i den indre overflaten av den ytterste lederen. (Dette er faktisk ikke en urimelig antagelse i praksis, på grunn av den såkalte "skinneffekten", som resulterer i at høyfrekvent vekselstrøm bare går i overflaten av ledermaterialet. Det kan vises at "inntrengningsdybden" er proporsjonal med $1/f^{1/2}$, og er f.eks. for kobber lik 6.6mm ved $f = 100$ Hz og 0.66 mm ved $f = 10$ kHz.)

a) Bruk metode A til å vise at selvinduktansen pr lengdeenhet er $L' = (\mu_0/2\pi) \ln(b/a)$.

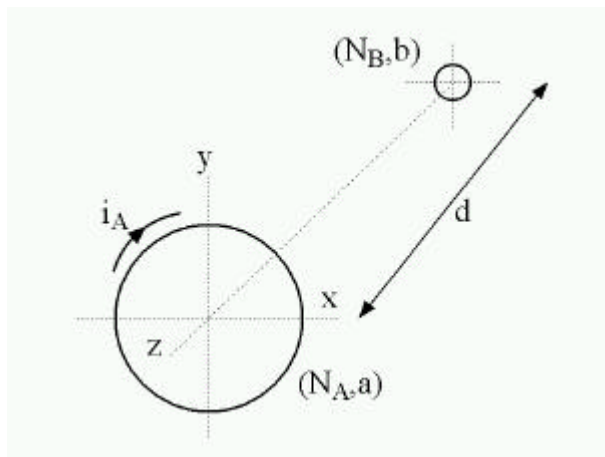
b) Hva blir selvinduktansen for en 10 m lang kabel med $a = 0.50$ mm og $b = 3.0$ mm?

(Svar: $3.6 \mu\text{H}$)

c) Bestem den magnetiske energitettheten $w_m = \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$ som funksjon av avstanden r fra kabelens senterakse. Bruk deretter metode B til å finne L' .

d) Beregn w_m numerisk ved $r = b$ når $I = 4.0$ A. (Svar: 28.3 mPa) (Dette tilsvarer et magnetisk trykk som ytterlederen presses utover med.)

Oppgave 3 Gjensidig induktans



To tynne spoler med viklingstall og radius hhv (N_A, a) og (N_B, b) er plassert parallelt og koaksialt med innbyrdes avstand d (se figuren). Spole B er så liten (dvs $b \ll a$) at du kan anta at magnetfeltet pga strøm i spole A er homogent gjennom hele spole B.

a) Vis at den gjensidige induktansen mellom spolene er

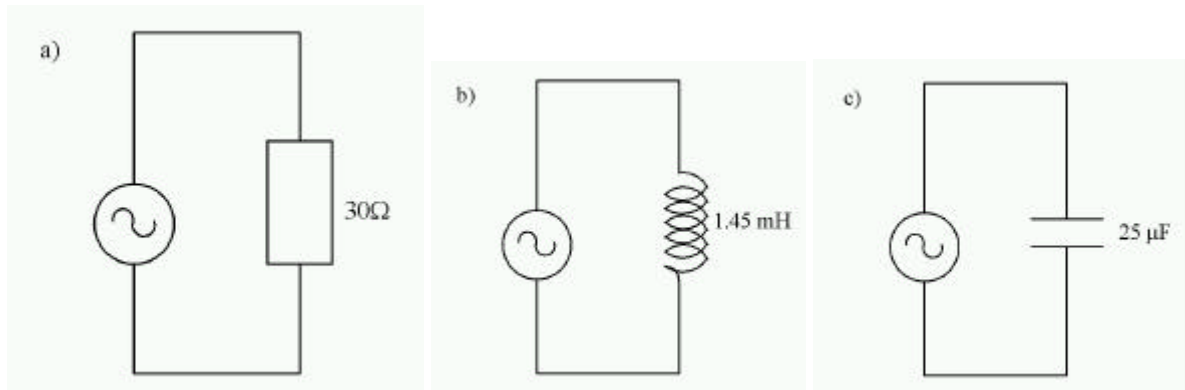
$$M = \frac{1}{2} \pi \mu_0 N_A N_B a^2 b^2 (a^2 + d^2)^{-3/2}$$

Oppgitt: Magnetfeltet langs aksens til en enkel sirkelformet strømsløyfe med radius R , i avstand x fra strømsløyfa, er $B = \frac{1}{2} \mu_0 I R^2 (x^2 + R^2)^{-3/2}$.

b) Anta at $a = 10 \text{ cm}$, $b = 1.0 \text{ cm}$, $d = 5.0 \text{ cm}$, $N_A = 50$ og $N_B = 10$. Spole A er påtrykt en vekselstrøm $i_A(t) = I_A \sin(\omega t)$ med amplitude 1.0 A og frekvens $f = 50 \text{ Hz}$. Hva blir industert spenning $E_B(t)$ i spole B på grunn av strømmen i spole A?

c) Anta at a , b , d , N_A og N_B er som under punkt b). Spole A fører en likestrøm $I_A = 1.0 \text{ A}$. Spole B roterer om en akse som står normalt på z -aksen (se figuren) med frekvens $f = 100 \text{ Hz}$. Hva blir industert spenning i spole B? (Svar: amplituden til industert spenning er 0.44 mV)

Oppgave 4 Impedans og fasevinkel



Hva er impedansen Z , med absoluttverdi $|Z|$ og fasevinkel α mellom spenning og strøm, for

a) en motstand $R = 30 \Omega$,

b) en induktans $L = 1.45 \text{ mH}$, og

c) en kapasitans $C = 25 \mu\text{F}$,

når de påtrykkes en vekselspenning med frekvens $f = 50 \text{ Hz}$?

Oppgave 5: Lavpassfilter

Kretsen på figuren nedenfor representerer et enkelt lavpassfilter. Beregn forholdet mellom ”ut-spenning” og ”inn-spenning”,

$$T = V_u / V_i,$$

som funksjon av (vinkel-)frekvensen ω og skisser forholdet i en figur. Ved hvilken ω blir

$T = \frac{1}{2}$ når $R = 50 \Omega$ og $C = 34.6 \text{ nF}$? (Svar: 1 MHz)

