Institutt for fysikk, NTNU
Fag SIF 4012 Elektromagnetisme og
MNFFY 103 Elektrisitet og magnetisme
Høst 2002

Øving 9

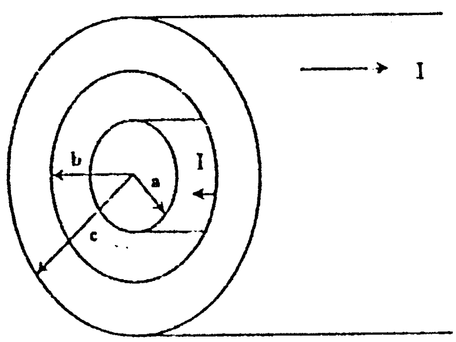
Veiledning: Torsdag 24. oktober
Innleveringsfrist: Tirsdag 29. oktober kl 12.00

Oppgave 1
I forelesningene brukte vi Amperes lov på integralform til å bestemme magnetfeltet fra en rett, uendelig lang strømførende leder med radius R og med strømmen I_0 jevnt fordelt over lederens tverrsnitt. Vi fant

$$\vec{B}(r) = \begin{cases} \dfrac{m_0 I_0}{2pR^2} r\hat{j} & r < R \\ \dfrac{m_0 I_0}{2p}\dfrac{1}{r}\hat{j} & r > R \end{cases}$$

der r er avstanden fra sentrum av lederen og $\hat{j}$ er enhetsvektor normalt på $\hat{r}$, dvs tangentielt til en sirkulær bane konsentrisk omkring strømlederen.
Beregn $\nabla \times \vec{B}(r)$ og verifiser at Amperes lov på differensialform, $\nabla \times \vec{B} = m_0 \vec{j}$, resulterer i nettopp den strømtettheten $\vec{j}$ som vi har med en slik strømleder.
(Tips: La f.eks. strømmen gå i positiv z-retning, og bruk enten kartesiske koordinater (x,y,z) eller sylinderkoordinater (r,φ,z). Mest trening får du selvsagt ved å gjøre det på begge måter....! Curl til en vektor i ulike koordinatsystem finner du f.eks. i Rottmann.)

Oppgave 2. Magnetfelt i koaksialkabel



Bruk Amperes lov til å finne **B**-feltet i alle områder for en rett, uendelig lang koaksialkabel som fører en strøm +I i den indre lederen og –I i den ytre lederen. De ulike radiene (a, b og c) er vist i figuren. Anta at kabelen ligger langs z-aksen, og at strømmen er jevnt fordelt over tverrsnittet av hver leder. Skisser B(r).

Oppgave 3.

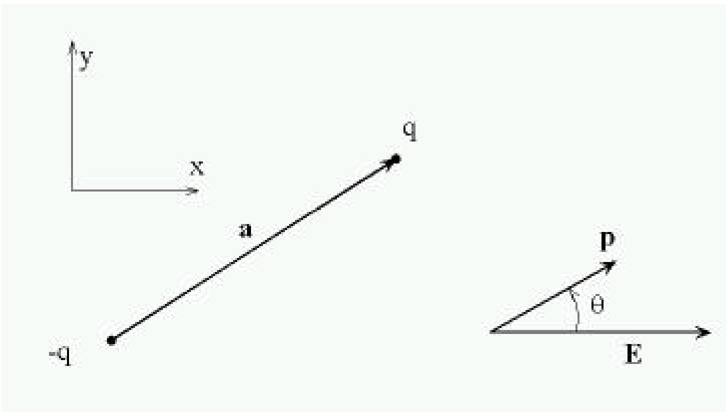
Følgende magnetfelt $\mathbf{B} = [B_x, B_y, B_z]$ er gitt i kartesiske koordinater (med k = konstant):

a) $\mathbf{B} = k\,[x,y,z]$
b) $\mathbf{B} = k\,[xy, -xy, zx-zy]$

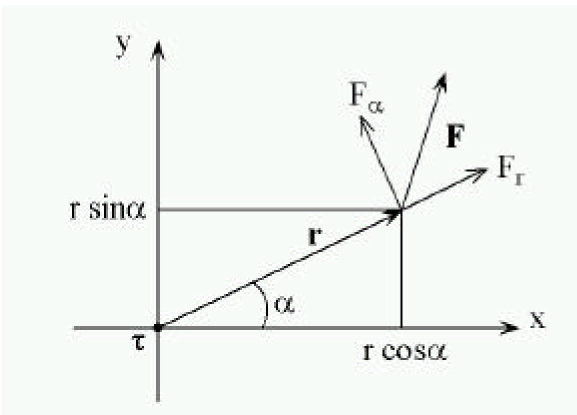
i) Bruk Gauss lov for **B** på integralform (med en passende valgt kube som Gaussflate) til å avgjøre hvilke av disse **B** som er fysisk mulige og hvilke som ikke er det.
ii) Bruk deretter Gauss lov på differensialform og sjekk at du får samme konklusjon.

Oppgave 4.

i) En elektrisk dipol består av to punktladninger q og –q med en innbyrdes avstand a. Dipolen er plassert i et homogent elektrostatisk felt $\mathbf{E} = E\hat{x}$. Anta at dipolen ligger i xy-planet og slik at vektoren **a** fra –q til q, og dermed dipolmomentet $\mathbf{p} = q\mathbf{a}$, danner en vinkel θ med **E**. (Positiv θ regnet mot urviseren fra **E** til **p**, som vist i figuren.)

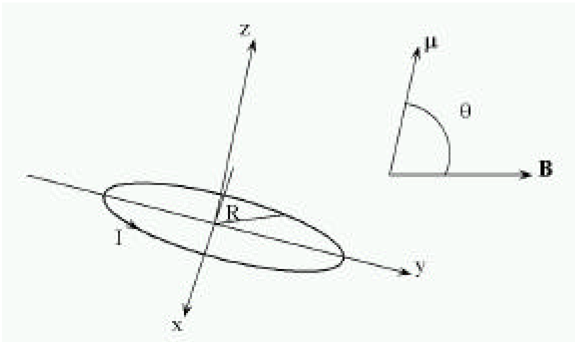


a) Hva blir den totale kraften på dipolen?
b) Vis at dreiemomentet omkring aksen normalt gjennom dipolens midtpunkt blir
$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E} = -p\,E \sin\theta\ \hat{z}$.
c) La oss for enkelhets skyld holde oss i xy-planet. En kraft $\mathbf{F} = F_x\hat{x} + F_y\hat{y} = F_r\hat{r} + F_\alpha\hat{\alpha}$ som "angriper" i en posisjon $\mathbf{r} = r\cos\alpha\hat{x} + r\sin\alpha\hat{y}$ vil da gi et dreiemoment $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ omkring z-aksen:



Dersom sammenhengen mellom **F** og systemets potensielle energi U er gitt ved $\mathbf{F} = -\nabla U$, vis at da blir $\tau = -dU/d\alpha$. (Gradientoperatoren i polarkoordinater er $\nabla = \hat{r}\frac{d}{dr} + \hat{a}\frac{1}{r}\frac{d}{da}$) Bruk dette til å bestemme den potensielle energien $U(\theta)$ til den elektriske dipolen ovenfor. Skisser $U(\theta)$. Hva slags orientering av dipolen i forhold til **E** representerer en stabil likevekt?

ii) En magnetisk dipol består av ei sirkulær strømsløyfe med radius R, strømstyrke I. Dipolen er plassert i et homogent magnetfelt **B**. Anta at strømsløyfa ligger i xy-planet (med sentrum i origo) og **B** i yz-planet, slik at dipolens magnetiske moment $m = \mu\hat{z} = \pi R^2 I\hat{z}$ danner en vinkel θ med **B**. (Positiv θ regnet fra **B** til m, dvs mot urviseren i yz-planet, som vist i figuren. Strømmen I går altså mot urviseren i xy-planet)

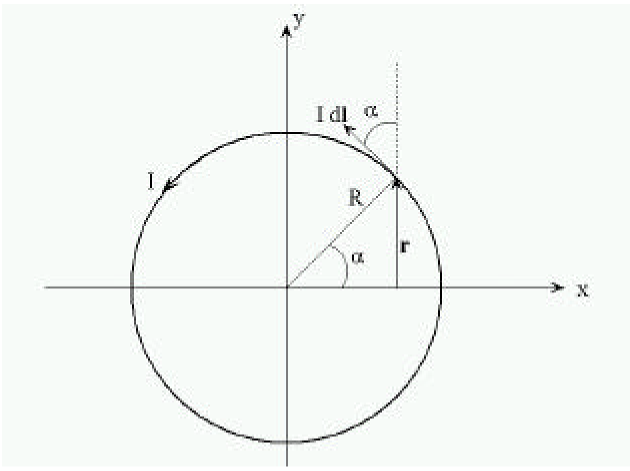


I forelesningene har vi vist at magnetfeltet påvirker et infinitesimalt stykke d**l** av strømsløyfa med en kraft $d\mathbf{F} = I\, d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$.

a) Hva blir den totale kraften på dipolen? (Tips: Hva blir alltid $\oint d\mathbf{l}$ for en lukket kurve? NB: *vektoren* d**l**)

b) Vis at dreiemomentet omkring x-aksen blir $t = m \times \mathbf{B} = -\mu B \sin\theta\ \hat{x}$.

Tips: $t = \oint \mathbf{r} \times d\mathbf{F} = I\left(\oint \mathbf{r} \times d\mathbf{l}\right) \times \mathbf{B}$, der $\mathbf{r} = y\hat{y} = R\sin\alpha\,\hat{y}$ er vektoren ("armen") fra x-aksen til strømsløyfeelementet d**l**:



c) På samme måte som for den elektriske dipolen i feltet **E**, bestem også den potensielle energien $U(\theta)$ til den magnetiske dipolen i feltet **B**. Hva slags orientering av dipolen i forhold til **B** representerer en stabil likevekt?