

SIF4012 og MNFFY103 høst 2002: Sammendrag uke 42

(Alonso&Finn 22.3-22.7, 23.7)

Magnetfelt generert av punktladning i bevegelse (med $v \ll c$; c = lyshastigheten), i avstand $\vec{r}$:

$$\vec{B} = \frac{m_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (1)$$

(jfr Biot-Savarts lov, med $I d\vec{l} \rightarrow q\vec{v}$)

Elektrisk felt fra q i avstand $\vec{r}$ (gjelder også bare for $v \ll c$):

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (2)$$

(1) og (2) $\Rightarrow$

$$\vec{B} = m_0 e_0 \vec{v} \times \vec{E} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$$

Ladning q som har hastighet $\vec{v}$ påvirker ladning q' som har hastighet $\vec{v}'$ med
elektrisk kraft $F_e = q'E$

$$\text{magnetisk kraft} \quad F_m \leq q'v'B \leq q' \frac{v'v}{c^2} E$$

$$\Rightarrow F_m \ll F_e \text{ når } v', v \ll c$$

Enheter for magnetfelt:

$$[B] = [F/qv] = \text{N}/(\text{C m/s}) = \text{Nm}/(\text{C m}^2/\text{s}) = (\text{J/C})(\text{s}/\text{m}^2) = \text{Vs}/\text{m}^2 = \dots = \text{T (tesla)}$$

I cgs-systemet: $[B] = \text{G (gauss)}$; $1\text{G} = 10^{-4} \text{T}$

Jordmagnetfeltet er ca 0.5 G

Vakuumpemreabiliteten μ_0 har i SI-systemet den eksakte verdien $4\pi \cdot 10^{-7}$. Det følger av at $\mu_0 = (\epsilon_0 c^2)^{-1}$, og av at $\epsilon_0 = 1/(4\pi \cdot 10^{-7} \text{C}^2)$.

Enhet for permeabilitet: $[\mu_0] = [B r^2 / qv] = (\text{Vs}/\text{m}^2)(\text{m}^2/\text{C m/s}) = \text{Vs}/(\text{m C/s}) = \text{Vs}/\text{Am}$

Magnetfeltet kan visualiseres med *feltlinjer*:

- retningen på $\mathbf{B}$ er overalt parallell med feltlinjene
- styrken på magnetfeltet er proporsjonal med tettheten av feltlinjer

Magnetiske feltlinjer er alltid *lukkede*, i motsetning til elektriske feltlinjer som starter på positive ladninger og ender på negative ladninger. M.a.o.: Magnetiske "ladninger" finnes ikke.

Bevegelse til ladet partikkel i uniformt magnetfelt

Lorentzkraften $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ resulterer i sirkelbevegelse i planet normalt på $\vec{B}$, med sirkelradius

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (m = \text{partikkelens masse og } v \text{ er hastighetskomponenten normalt } \vec{B}), \text{ og med vinkelfrekvens}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} = \omega_c \text{ (syklotronfrekvensen).}$$

Magnetiske dipoler

Elektrisk strømsløyfe = magnetisk dipol

Magnetisk moment: $\vec{m} = I\vec{A} = IA\hat{n}$

der A = arealet omsluttet av strømmen I

$\hat{n}$ = enhetsvektor normalt på omsluttet flate

Elektronets spinn og magnetisk moment

Et elektron i et atom har banedreieimpuls $\mathbf{L}$ pga bevegelse i bane rundt atomkjernen og indre dreieimpuls, dvs *spinn*, $\mathbf{S}$ pga rotasjon omkring sin egen akse.

Partikkel med ladning q , masse m og dreieimpuls $\mathbf{L}$ har magnetisk moment

$$\mathbf{m}_L = (q/2m)\mathbf{L}$$

For elektron med ladning $-e$, masse m_e og spinn $\mathbf{S}$ forventes et tilhørende magnetisk moment

$$\mathbf{m}_S = (-e/2m_e)\mathbf{S}$$

Dirac-teori (dvs relativistisk kvantemekanikk) gir:

$$S = |\mathbf{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar \quad (s = \frac{1}{2})$$

$$S_z = m_s \hbar \quad (m_s = \pm \frac{1}{2})$$

$$\hbar = h/2\pi; \quad h = \text{Plancks konstant} = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

(z -aksen er en utvalgt retning i rommet, f.eks. ved at vi skrur på et magnetfelt $\mathbf{B} = B \hat{z}$)

Skriver vi nå z -komponenten av $\mathbf{m}_S$ som $m_z = g_s \frac{e}{2m_e} S_z$, fås:

- med klassisk bilde $g_s = 1$
- med Dirac-teori $g_s = 2$
- med QED (kvanteelektrodynamikk) $g_s = 2 \cdot (1.011596554 \pm 33 \cdot 10^{-10})$
- eksperimentelt $g_s = 2 \cdot (1.01159652193 \pm 10 \cdot 10^{-12})$

Ettersom protoner og nøytroner i atomkjernen har mye større masse enn elektronet, er elektronets magnetiske moment mye større enn protonets og nøytronets magnetiske moment.

Atomer består av protoner, nøytroner og elektroner. Det er nødvendig med en kvantemekanisk beskrivelse for å bestemme atomets totale magnetiske moment.

På samme måte som materialer med permanente elektriske dipoler polariseres i et ytre elektrisk felt vil materialer med atomer med permanente magnetiske moment påvirkes i et ytre magnetfelt (jfr Oppgave 4 i øving 8 og 9). Vi skal se på ulike typer *magnetisme* etterhvert.

I neste uke skal vi ta for oss Amperes lov og Gauss lov for magnetfeltet (A&F 26.2 og 26.3). Med disse to har vi Maxwells 4 ligninger for elektrostatiske og magnetostatiske på plass.