

SIF4012 og MNFFY103 høst 2002: Sammendrag uke 44

(Alonso&Finn 26.4-26.6)

Magnetisme

To effekter når et materiale påvirkes av et ytre magnetfelt **B**:

1. *innretting* av permanente atomære (evt. molekylære) magnetiske moment **m** langs **B** (jfr øving 8 og 9), *paramagnetisme*
2. *indusering* av atomære strømmer, og dermed indusering av magnetiske moment *motsatt* rettet **B** (jfr øving 10); *diamagnetisme*

Paramagnetisme kan betraktes som en "magnetisk analogi" til polarisering av dielektriske medier i et ytre elektrisk felt **E**, der vi fikk innretting av elektriske dipolmoment **p** langs **E**. Diamagnetisme er egentlig en kvantemekanisk effekt, uten en "elektrisk analogi".

Magnetisering

Definisjon: Magnetisering = magnetisk moment pr volumenhet: **M** = **m**/V

Altså en magnetisk analogi til polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet, **P** = **p**/V.

I en paramagnet får vi (tendens til) innretting av permanente atomære magnetiske moment **m_i** langs **B**, og dermed en magnetisering $\mathbf{M}_{\text{para}} = \sum_i \mathbf{m}_i/V$ i samme retning som **B**. Tilfeldige termiske bevegelser motvirker innrettingen og sørger for delvis uorden, dvs ikke perfekt innretting.

I en diamagnet induseres magnetiske moment motsatt rettet **B**. Den tilsvarende magnetiseringen **M_{dia}** peker dermed i motsatt retning av **B**.

Typisk er permanente atomære magnetiske moment mye større enn induerte magnetiske moment slik at $M_{\text{para}} \gg M_{\text{dia}}$. Dermed overskygges den diamagnetiske effekten av den paramagnetiske i materialer som har atomer med permanente magnetiske moment. Men i mange materialer har atomene null permanent magnetisk moment. (*) Da blir også $M_{\text{para}} = 0$, og materialet blir diamagnetisk. I en superleder som plasseres i et ytre magnetfelt induseres så store indre strømmer at det totale magnetfeltet blir lik null inne i superlederen.

Ferromagnetisme og antiferromagnetisme

I noen materialer er det en *vekselvirkning* mellom magnetiske moment på to naboatomer. Denne vekselvirkningen resulterer i en energetisk foretrukket relativ orientering av magnetiske moment på to naboatomer, og dermed også en energetisk foretrukket relativ orientering av *samtlig*e atomære magnetiske moment i materialet.

Dette kan beskrives ved hjelp av følgende bidrag til systemets potensielle energi:

$$U = -J \sum_i \vec{m}_i \cdot \vec{m}_{i+1}$$

der *i* og *i*+1 nå representerer to naboatomer i materialet. Konstanten *J* vil være bestemt av detaljene knyttet til vekselvirkningen, og vil ha ulike verdi for ulike materialer. Fortegnet på *J* vil også bli forskjellig for en ferromagnet og en antiferromagnet:

(*) Dette gjelder faktisk de fleste atomer som har et *likt* antall elektroner, for da har elektronene parvis motsatt rettede spinn, slik at totalt spinn, og dermed totalt magnetisk moment, for atomet forsvinner. Men ingen regel uten unntak: Jern har f.eks. atomer med 26 elektroner, men her bidrar to elektroner med parallelle spinn til et relativt stort permanent magnetisk moment.

Ferromagnetisk ”kobling”:

Energetisk foretrukket at alle atomære magnetiske moment peker *samme* vei.

$$\Rightarrow \vec{m}_i \cdot \vec{m}_{i+1} > 0$$

$$\Rightarrow J_F > 0$$

(gir lavest U)

Eksempler: Fe, Co, Ni

Antiferromagnetisk kobling:

Energetisk foretrukket at alle atomære magnetiske moment peker *motsatt* vei.

$$\Rightarrow \vec{m}_i \cdot \vec{m}_{i+1} < 0$$

$$\Rightarrow J_{AF} < 0$$

(gir lavest U)

Eksempler: MnO, FeO

Når temperaturen økes, vil et fast stoff til slutt smelte (dvs: gå over til en annen *fase*, nemlig væskefase) ved en bestemt temperatur. Eks: Is smelter ved 0°C. Vi har det vi kaller en *faseovergang*. På tilsvarende vis vil den ordnede fasen i en ferromagnet (dvs: med alle magnetiske moment i samme retning) til slutt ødelegges når temperaturen kommer over en *kritisk temperatur* T_c (Curie-temperaturen). For $T > T_c$ er materialet en paramagnet. For jern er $T_c = 770^\circ\text{C}$, så jern er altså ferromagnetisk ved romtemperatur (som jo alle visste fra før!). For en antiferromagnet kalles den kritiske temperaturen Neel-temperaturen.

Magnetiske domener:

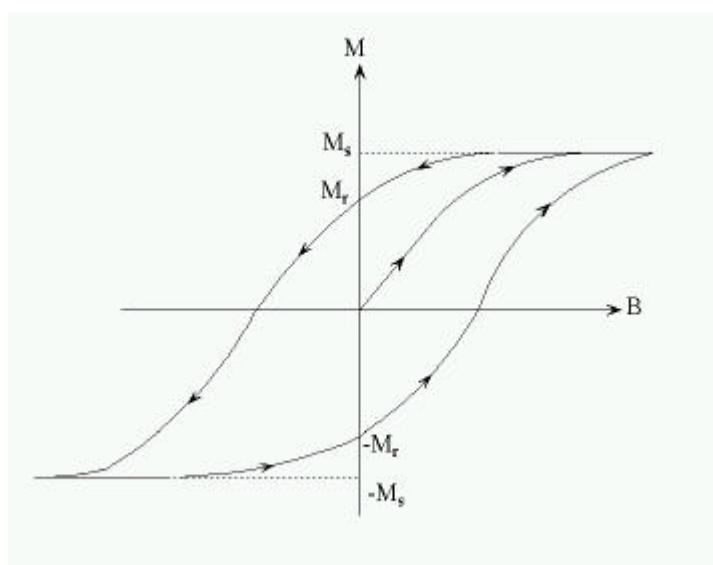
Et stykke jern er ikke nødvendigvis en permanent-magnet. Dette skyldes at jernstykket består av et stort antall såkalte *magnetiske domener*, der hvert domene kan bestå av anslagsvis $10^{15} - 10^{20}$ atomer. I ett domene er alle atomære magnetiske moment orientert i samme retning, så hvert domene for seg representerer en liten permanentmagnet med magnetisering $\mathbf{M}_i$ forskjellig fra null. Men de forskjellige domenene har magnetisering i vilkårlig retning, slik at jernstykkets *totale* magnetisering, $\mathbf{M}_{\text{tot}} = \sum_i \mathbf{M}_i$, er tilnærmet lik null. Hvis vi krysser en *domenegrense* mellom to domener som har magnetisering i ulik retning, må vi nødvendigvis støte på endel naboatomer som ikke har sine atomære magnetiske moment i samme retning. Dette gir tilsynelatende systemet en høyere potensiell energi enn det ville ha hatt dersom *alle* atomene i jernstykket hadde parallelle magnetiske moment. Denne økningen i potensiell energi kompenseres imidlertid av en reduksjon i energien assosiert med magnetfeltet *utenfor* jernstykket: Et jernstykke med stor total magnetisering $\mathbf{M}_{\text{tot}}$ vil generere et magnetfelt $\mathbf{B}_{\text{utenfor}}$ i rommet omkring magneten (det er jo det som gjør at vi kan bruke et slik jernstykke som en magnet...!), og (som vi skal komme tilbake til senere) energien pr volumenhet er proporsjonal med B^2 . Et jernstykke med tilnærmet null total magnetisering vil omgi seg med et bortimot forsvinnende magnetfelt $\mathbf{B}_{\text{utenfor}}$, og dermed en lavere energi knyttet til det omgivende magnetfeltet. Totalt sett kan det derfor være gunstig å danne domener med magnetisering i ulike retninger.

Domenevekst og domeneinnretting:

Et ikke-magnetisk jernstykke som plasseres i et ytre magnetfelt vil bli magnetisk. Dette skyldes at domener som allerede har magnetisering i samme retning som det ytre feltet *vokser* på bekostning av domener med magnetisering motsatt rettet det ytre feltet. I tillegg kan samtlige atomære magnetiske moment i et gitt domene rettes inn parallelt med det ytre feltet, og da snakker vi om en *domeneinnretting*. I begge tilfeller blir resultatet en netto magnetisering parallelt med det ytre feltet for hele jernstykket. Det meste vi kan oppnå er selvsagt at alle atomene har sitt magnetiske moment i samme retning. Da har vi maksimal magnetisering, $M = M_s$ (”metningsmagnetisering”, ”saturation”).

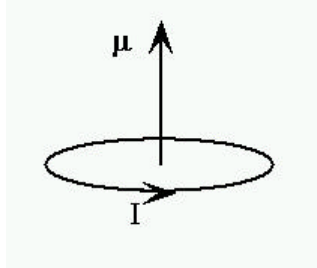
Magnetisk hysteresese

Anta at vi starter med en ferromagnet med null total magnetisering, dvs med mange magnetiske domener med tilfeldig orientering av $\mathbf{M}_i$ i de ulike domenene. Skruer vi på et ytre magnetfelt B , vil magnetiseringen øke på grunn av domenevekst og domeneinnretting, inntil vi oppnår maksimal magnetisering M_s . Når det ytre magnetfeltet skrus av igjen, vil ikke ferromagneten vende tilbake til sin opprinnelige tilstand med null magnetisering, men det vil være igjen en "restmagnetisering" M_r . Vi får riktignok en "delvis tendens til uorden" når det ytre feltet skrus av, slik at $M_r < M_s$. Øker vi nå styrken på det ytre feltet i *motsatt retning*, vil vi begynne å få domenevekst og domeneinnretting den andre veien. Vi må, for en eller annen verdi av det ytre feltet, passere et punkt der netto magnetisering blir lik null, og får stadig økende styrke på det ytre feltet vil vi etterhvert oppnå maksimal magnetisering, $-M_s$, i motsatt retning av det vi fikk når vi først skrudde på det ytre feltet. Skrus så det ytre feltet av igjen, gjentar denne historien seg: Ved $B = 0$ har vi f.eks. en restmagnetisering $-M_r$. Dersom vi plotter magnetiseringen M som funksjon av det ytre feltet B for denne "prosessen", får vi en *hysteresekurve* som vist i figuren nedenfor:



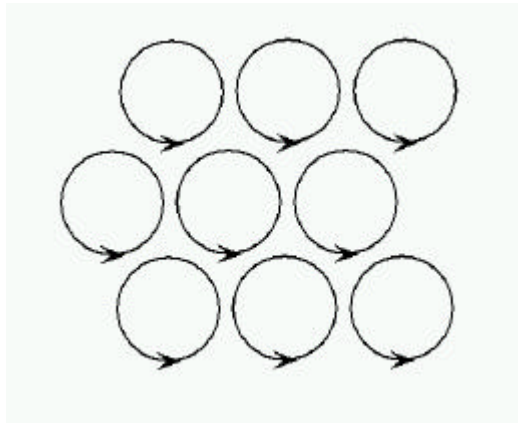
Magnetisering og overflatestrøm

Betrakt hvert atomære magnetiske moment som en liten lukket strømsløyfe:

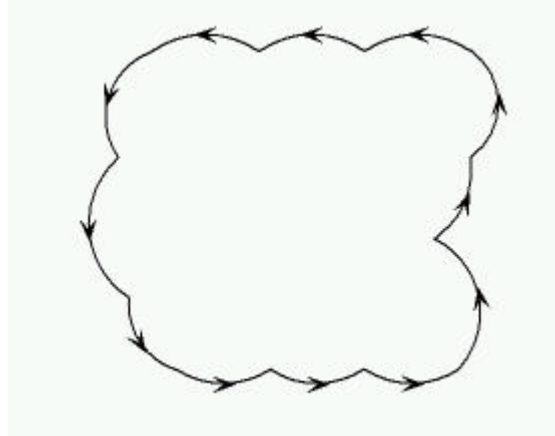


Det er da umiddelbart klart at dersom den totale magnetiseringen er lik null, dvs at de atomære magnetiske momentene er tilfeldig orientert, så blir den totale strømmen knyttet til disse små strømsløyfene også lik null.

Men la oss dernest anta at vi har et materiale med en magnetisering $\mathbf{M}$ forskjellig fra null. Det betyr at i middel har de atomære magnetiske momentene en bestemt orientering (nemlig i samme retning som $\mathbf{M}$), så dersom vi betrakter endel slike atomære magnetiske dipoler, ser bildet omtrent slik ut:

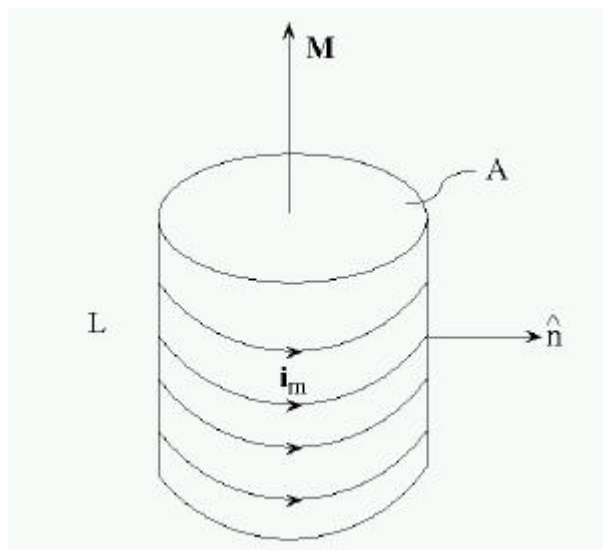


Her peker altså de atomære magnetiske momentene m_i ut av papirplanet, hvilket tilsvarer atomære strømmer i pilenes retning (husk: høyrehåndsregelen). Vi ser at indre strømmer (dvs mellom atomene) *kansellerer*, slik at vi står igjen med en netto *overflatestrøm*, omtrent slik:



Konklusjon: Nettoeffekten av magnetisering i mediet er en elektrisk strøm på overflaten av mediet! (Jfr. polarisering i dielektriske medier i ytre elektrisk felt: Da var nettoeffekten en industert ladning på overflaten av mediet.)

Betrakt et sylinderformet volumelement av det magnetiserte mediet, med lengde L og tverrsnittsareal A :



Anta at I_m er total industert overflatestrøm på lengden L . Da er, pr definisjon, sylinderens magnetiske moment $\mu = I_m A$, og dermed magnetiseringen, igjen pr definisjon:

$$M = \mu/V = (I_m A)/(AL) = I_m/L = i_m$$

der i_m er overflatestrøm pr lengdeenhet.

Betrakter vi sistnevnte størrelse som en vektor $\vec{i}_m$, dvs med retning tangentielt til sylinderoverflaten, kan vi ved hjelp av enhetsvektoren $\hat{n}$ normalt på sylinderoverflaten uttrykke sammenhengen mellom $\vec{M}$ og $\vec{i}_m$ på vektorform:

$$\vec{i}_m = \vec{M} \times \hat{n}$$

Ettersom elektronene som bidrar til $\vec{i}_m$ kun går i bane rundt "sitt eget" atom (dvs: de vandrer ikke rundt hele sylindereens overflate), kan vi godt kalle $\vec{i}_m$ en "bundet strøm", på samme måte som vi kalte den induerte overflateladningen for "bundet ladning" i forbindelse med polarisering av dielektrikum.

H-feltet

$\vec{H}$ er en vektor som er en slags magnetisk analog til den elektriske forskyvningen $\vec{D}$.

Vi tok utgangspunkt i en uendelig lang, tettviklet spole med viklingstetthet $n = N/L$ og fylte spolen med et magnetiserbart materiale. Når en strøm I sendes gjennom spoletråden, får vi generert et magnetfelt inne i spolen, med retning langs spolens akse. Dette magnetfeltet påvirker de atomære magnetiske momentene inne i mediet (la oss anta at mediet er paramagnetisk, dvs at det *har* permanente atomære magnetiske moment) og forsøker å rette dem inn parallelt med magnetfeltet. Altså får vi en magnetisering inne i mediet. Av det som er sagt ovenfor, vet vi at denne magnetiseringen tilsvarer en induert strøm på overflaten av mediet, og vi kaller induert strøm pr vikling for I_m . Dermed er induert overflatestrøm pr lengdeenhet lik $i_m = NI_m/L = nI_m$, slik at magnetiseringen er $\vec{M} = nI_m$. Tidligere har vi brukt Amperes lov til å bestemme magnetfeltet inne i en slik spole og fant

$$B = \mu_0 n I_{\text{tot}}$$

der n =viklingstettheten og I_{tot} er total strøm pr vikling. Her er $I_{\text{tot}} = I_f + I_m$, slik at vi kan skrive:

$$B = \mu_0 n I_{\text{tot}} = \mu_0 n (I_f + I_m) = \mu_0 n I_f + \mu_0 M$$

Altså: Totalt magnetfelt B inne i mediet inne i spolen er summen av magnetfeltet $\mu_0 n I_f$ fra den "påtrykte", "fri" strømmen I_f og magnetfeltet $\mu_0 M$ som skyldes magnetiseringen av mediet.

Innfør så "H-feltet":

$$\vec{H} = \vec{B}/\mu_0 - \vec{M}$$

dvs

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

Dermed har vi, ved å sammenligne de to uttrykkene for magnetfeltet B :

$$H = n I_f$$

Med andre ord: H utgjør den delen av det totale magnetfeltet som skyldes den påtrykte, fri strømmen I_f . Sammenlign dette med den elektriske forskyvningen D , som vi kunne assosiere med den delen av det totale elektriske feltet som skyldtes de frie ladningene.

For en paramagnet er $\vec{M}$ rettet samme vei som $\vec{B}$, slik at det totale magnetfeltet inne i en paramagnet *styrkes* som følge av magnetiseringen.

For en diamagnet er $\vec{M}$ rettet motsatt vei av $\vec{B}$, slik at det totale magnetfeltet inne i en diamagnet *svekket* som følge av magnetiseringen.

Sammenlign dette med polarisering av et dielektrikum: Der er alltid polariseringen $\vec{P}$ rettet samme vei som det elektriske feltet $\vec{E}$, slik at det totale elektriske feltet alltid ble *svekket* som følge av polariseringen.

Merk at i laboratoriet kontrollerer vi som regel potensialet V (og ikke fri ladning Q), slik at det er "naturlig" å referere til det elektriske feltet $\vec{E}$ (og ikke forskyvningen $\vec{D}$).

Videre kontrollerer vi som regel den påtrykte strømstyrken I , slik at det ofte er mer "naturlig" å referere til $\vec{H}$ istedetfor det totale magnetfeltet $\vec{B}$.