

KAP 9: Kanoniske transformasjoner

- faserommet: $q_i, p_i \Rightarrow 2n$ akser (konfigurasjonsrommet: q_i)

- kanonisk transformasjon: $\{q_i, p_i\} \rightarrow \{Q_i, P_i\}$

nye kanoniske koordinater

$$\dot{Q}_i = \frac{\partial K}{\partial P_i} ; \dot{P}_i = -\frac{\partial K}{\partial Q_i}$$

$K = K(Q, P, t)$ = Hamiltonfunkt. i nye koord.

- modifisert Hamiltons prinsipp $\Rightarrow \underbrace{p_i \dot{q}_i - H}_{L \text{ i "gamle"}} = \underbrace{P_i \dot{Q}_i - K}_{L' \text{ i "nye"}} + \frac{dF}{dt}$

- F = genererende funksjon, bro fra $\{q, p\}$ til $\{Q, P\}$ (4 typer)

- Poissonklammer: $[u, v] = \frac{\partial u}{\partial q_i} \frac{\partial v}{\partial p_i} - \frac{\partial u}{\partial p_i} \frac{\partial v}{\partial q_i}$

- $\dot{F} = 0 \Rightarrow [F, H] = 0$ (H = Hamiltonfunksjon; forutsetter $\partial F / \partial t = 0$)

- Poissons teorem: $\dot{F} = \dot{G} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} [F, G] = 0$

- Invarians ved kanonisk transf: $[u, v]_{q,p} = [u, v]_{Q,P}$