Kommentarer til Øving 4 oppgave 3:

Av figuren på side 3 i løsningsforslaget fås likevektsligningen

$$\sin\theta_0 \left[\frac{m_1 a\Omega^2 - \frac{1}{2}m_2 g/\cos\theta_0}{m_1 g + \frac{1}{2}m_2 g} - \frac{1}{\cos\theta_0} \right] = 0.$$

Det er altså to løsninger for likevektsvinkelen θ_0. Den ene er

$$\theta_0 = 0.$$

Denne gjelder for små omdreiningshastigheter, fra $\Omega = 0$ opp til $\Omega = \Omega_{min}$, hvor Ω_{min} er gitt ved

$$1 = \frac{m_1 + m_2}{2m_1} \frac{\omega_0^2}{\Omega_{min}^2}.$$

Den andre løsningen er

$$\cos\theta_0 = \frac{m_1 + m_2}{2m_1} \frac{\omega_0^2}{\Omega^2},$$

for $\Omega > \Omega_{min}$. Med andre ord, vi må over en *terskelverdi* Ω_{min} før $\theta_0 > 0$ representerer en stabil dynamisk likevekt. Det samme gjelder også for en *enkel* roterende pendel med masse m i enden av ei masseløs stang med lengde a. Hvis stanga roterer omkring den vertikale aksen med vinkelhastighet Ω, slik at stanga danner en konstant vinkel θ_0 med vertikalen, gir en betraktning av krefter (som er tyngdekraften mg og snordraget, evt "stangdraget" s) at

$$mg = s\cos\theta_0$$

(null nettokraft på m vertikalt) og

$$ma\sin\theta_0 \cdot \Omega^2 = s\sin\theta_0$$

(sentrifugalkraften = horisontalkomponenten av s). Også her ser vi at vi har to mulige løsninger for θ_0. Den ene er

$$\theta_0 = 0$$

(og dermed $s = mg$), mens den andre er gitt ved

$$\cos\theta_0 = \frac{mg}{s} = \frac{mg}{ma\Omega^2} = \frac{g}{a\Omega^2}$$

Terskelverdien Ω_{min} som må overstiges for å gi stabil likevekt med $\theta_0 > 0$ er nå gitt ved

$$1 = \frac{g}{a\Omega_{min}^2}$$

Legg merke til at $\theta_0 = 0$ er en mulig løsning selv om $\Omega > \Omega_{min}$, men det representerer da en *ustabil* likevekt: En liten forstyrrelse bort fra $\theta = 0$ vil føre til at stanga svinger ut og inntar sin *stabile* likevekt gitt ved

$$\cos\theta_0 = \frac{g}{a\Omega^2}$$

Eller, vil den det....? Kanskje den vil svinge forbi θ_0 og deretter tilbake igjen, slik at den aldri vil innta en stabil dynamisk likevekt? Her overlates videre initiativ til den nysgjerrige student!