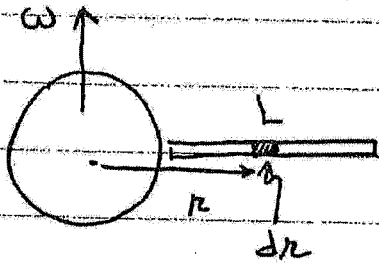


KLASSISK MEKANIK

Løsning Foring 10, Oppgave 2



I det roterende koordinat-system er sentrifugalkraften på et element av lengde dr

i avstand r fra sentrum lik $r\omega^2 \cdot \rho dr$, hvor ρ er stavens masse per lengdeenheter.

Gravitasjonskraftbelegningen på elementet er

$$\frac{GM \cdot \rho dr}{r^2} = \frac{GM}{R^2} \cdot \frac{R^2}{r^2} \rho dr = g_0 \frac{R^2}{r^2} \rho dr,$$

hvor $GM/R^2 = g_0$ er tyngdens akselerasjon ved jordoverflaten.

Kraftbalanse ved likevekt gir ved integrasjon

$$\int_R^{R+L} r\omega^2 \rho dr = g_0 R^2 \rho \int_R^{R+L} \frac{dr}{r^2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \rho \omega^2 [(R+L)^2 - R^2] = g_0 R^2 \rho \left(\frac{-1}{R+L} + \frac{1}{R} \right)$$

$$\frac{1}{2} \omega^2 (2R+L)(R+L) = g_0 R$$

$$L^2 + 3RL + (2R^2 - \frac{2g_0 R}{\omega^2}) = 0$$

Løst som 2. grads ligning gir dette

$$L = -\frac{3R}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{R^2 + \frac{8g_0 R}{\omega^2}}$$

$$R = 6400 \text{ km}, \quad \omega = \frac{2\pi}{1 \text{ dagn}} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}, \quad g_0 = 9,8 \text{ m s}^{-2}$$

$$\Rightarrow \underline{L = 1,5 \cdot 10^5 \text{ km}} \quad \text{Om høyt halvveis til månen.}$$