

KLASSISK MEKANIK

ØVING 13

Hamiltonfunksjonen for en partikkel med masse m er i sylinderkoordinater (r, θ, z)

$$H = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2mr^2} + \frac{p_z^2}{2m} + V.$$

Anta at potensialet er separerbart, $V = a(r) + b(z)$, hvor $a(r)$ og $b(z)$ er kjente funksjoner. Sett $S(q, \alpha, t) = W(q, \alpha) - \alpha t$ inn i Hamilton-Jacobi ligningen

$$H(q, \frac{\partial S}{\partial q}, t) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0;$$

anta at W kan separeres, $W = p_\theta \theta + S_1(r) + S_2(z)$, og vis at størrelsen β defineres ved

$$\beta = b(z) + \frac{1}{2m} [S_2'(z)]^2$$

må være en konstant.

Skriv løsningen for Hamiltons prinsipale funksjon S på integralform.