

Øving 12

Oppg 1 og 2

1. Energibalanse $\frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 = E$ sammen med bevarelse av dreiemoment $l = m r^2 \dot{\theta}$ gir

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \left(V + \frac{l^2}{2mr^2} \right) = E$$

altså endimensjonelt problem, med $V' = V + \frac{l^2}{2mr^2}$

Betingelse for at partikkelen faller inn mot sentrum:

Av $\textcircled{1}$ følger $V + l^2/(2mr^2) < E$ eller $r^2 V + l^2/2m < E r^2$

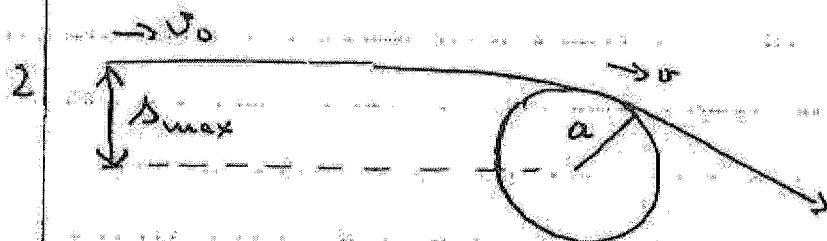
Når $r \rightarrow 0$ vil høyre side $\rightarrow 0$, slik at betingelsen blir

$$r^2 V \Big|_{r \rightarrow 0} < -l^2/2m$$

Det betyr at enten må

$V(r) \rightarrow -K/r^2$ med $K > l^2/2m$, eller

$V(r) \rightarrow -\frac{A}{r^n}$ med $n > 2$, hvor A er en positiv konstant.



Grensetilfelle på figuren: Partikkelen tangenter overflaten.

Bevarelse av total energi:

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{k}{a} \quad \textcircled{1}$$

Bevarelse av dreiemoment: $l = m v_0 s_{\max} = m v a$, $\textcircled{2}$

hvor siste ledd er regnet ut i tangenteringspunktet.

Av $\textcircled{2}$: $v = \frac{s_{\max}}{a} v_0$, som innsett i $\textcircled{1}$ gir

$$s_{\max} = \sqrt{a^2 + 2ka/(m v_0^2)}$$

Alle partikler med støtparameter $s < s_{\max}$ treffer

overflaten $\Rightarrow \sigma_{\text{eff}} = \pi s_{\max}^2 = \pi (a^2 + 2ka/(m v_0^2))$