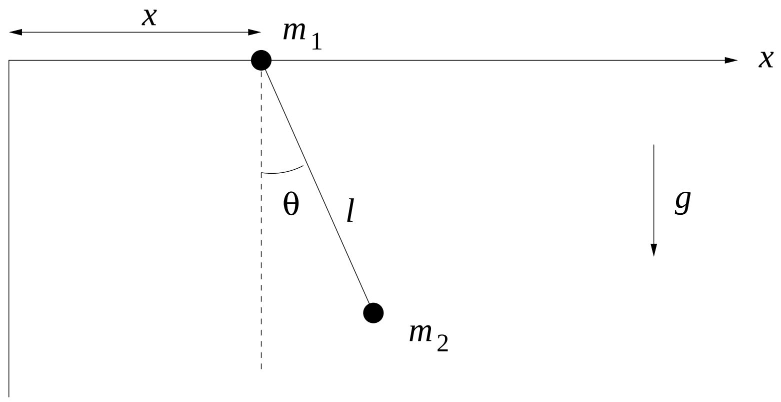
TEP4145 Klassisk mekanikk
Vår 2007

Øving 7

OPPGAVE 1



Ei tilnærmet masseløs stang har lengde l og masser m_1 og m_2 i hver sin ende. Opphengningspunktet (dvs massen m_1) kan gli uten friksjon langs en horisontal føring i x-retning. Anta at systemet svinger som en plan pendel og velg nullnivå for potensiell energi i m_1's høyde.

- Finn systemets lagrangefunksjon.

Anta videre at massemiddelpunktet ikke beveger seg i x-retning.

- Finn et uttrykk for systemets totale energi E, og deretter et (integral-)uttrykk for tiden $t = t(\theta)$. (Integralet skal ikke løses.)

OPPGAVE 2

Et stivt legeme roterer med vinkelhastighet $\boldsymbol{\omega}$, der retningen på vektoren $\boldsymbol{\omega}$ angir (den instantane) rotasjonsaksen. I forelesningene fant vi komponentene av $\boldsymbol{\omega}$ langs legemets akser x', y' og z', henholdsvis $\omega_{x'}$, $\omega_{y'}$ og $\omega_{z'}$, uttrykt ved eulervinklene ϕ, θ og ψ. Vis at komponentene av $\boldsymbol{\omega}$ langs "romaksene" x, y og z (dvs aksene som er faste i rommet) blir

$$\begin{aligned}
\omega_x &= \dot{\theta}\,\cos\phi + \dot{\psi}\,\sin\theta\,\sin\phi \\
\omega_y &= \dot{\theta}\,\sin\phi - \dot{\psi}\,\sin\theta\,\cos\phi \\
\omega_z &= \dot{\psi}\,\cos\theta + \dot{\phi}
\end{aligned}$$

OPPGAVE 3

Anta at du sitter på en karusell i et sete 5 m fra karusellens rotasjonssentrum. I fanget har du ryggsekken din som har masse 8 kg. Karusellen står til å begynne med i ro men øker så rotasjonshastigheten jevnt, med vinkelakselerasjon 0.2 rad/s^2 (mot klokka). Med hvor stor kraft $\boldsymbol{F}$ (horisontalt) må du holde på sekken ti sekunder etter at karusellen startet? Regn ut både F og retningen på $\boldsymbol{F}$ (f.eks. i forhold til linjen fra karusellens sentrum mot deg).