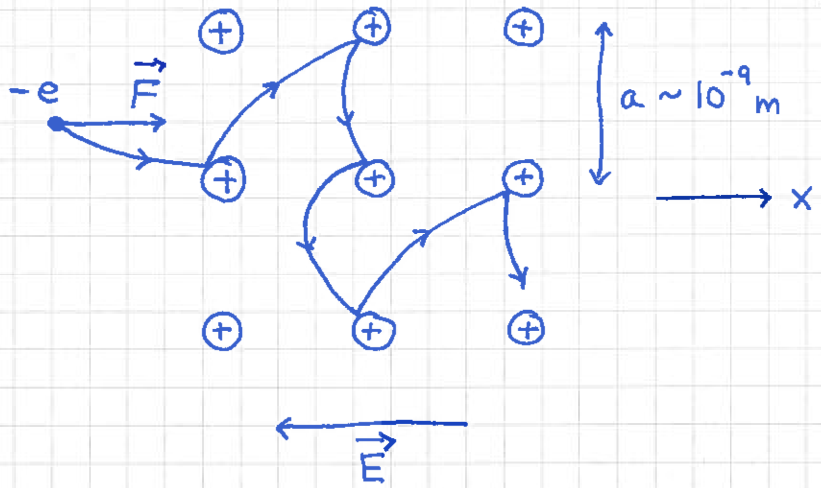
Ohms lov [TM 25.2, 38.2; LHL 21.2, 21.4] [YF 25.2, 25.6]

Enkel mikroskopisk modell: [P.K. Drude, 1900]



Fri elektroner kolliderer (ustanselig!) på sin vei gjennom metallet.

⊕ = gitter av ioner

Partikkelhastighet v_T ved temperatur T:

$$\frac{1}{2} m_e v_T^2 = \frac{3}{2} k_B T \Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{3k_BT}{m_e}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\ J/K \cdot 300\ K}{9.1 \cdot 10^{-31}\ kg}}$$

$$\sim 10^5\ m/s$$

Midlere tid τ mellom kollisjoner (for gitt elektron):

$$\tau \sim a/v_T \sim 10^{-9}\ m / 10^5\ m/s = 10^{-14}\ s$$

Anta $\langle v_x \rangle = 0$ etter kollisjon, dvs <u>tilfeldig retning</u> etter kollisjon.

Newtons 2. lov:

$$-eE_x = m_e \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \int_0^{v_x} dv_x = -\frac{eE_x}{m_e} \int_0^{\tau} dt \Rightarrow \langle v_x \rangle \approx -\frac{e\tau}{m_e} E_x$$

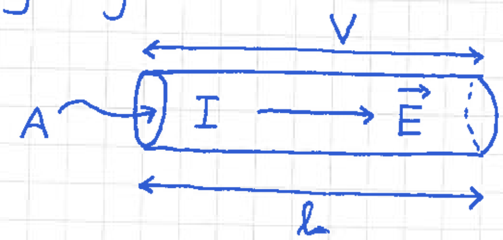
$\Rightarrow$ Driftshastighet langs $(-)\vec{E}$: $\vec{v}_d = -\frac{e\tau}{m_e}\vec{E}$

$\Rightarrow$ Strømtetthet: $\vec{j} = -ne\vec{v}_d = \underbrace{\frac{ne^2\tau}{m_e}}_{\text{"Drude konduktivitet"}} \vec{E}$

$\Rightarrow$ <u>Ohms lov</u>: $\boxed{\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}}$

med $\sigma = ne^2\tau/m_e$ = <u>elektrisk ledningsevne</u> (konduktivitet)

For leder (eller <u>motstand</u>!) med tverrsnitt A og lengde ℓ:



$V = E \cdot \ell$ [s.77; V = pot. forskjell]

$I = j \cdot A$ [s.93]

$$j = \sigma E \Rightarrow \frac{I}{A} = \sigma \frac{V}{\ell} \Rightarrow I = G \cdot V$$

med $G = \sigma A/\ell$ = lederens <u>konduktans</u>

$$\Rightarrow \boxed{V = R \cdot I}$$

med $R = G^{-1} = \dfrac{\ell}{\sigma \cdot A}$ = lederens <u>resistans</u> (motstand)

Evt. $R = \rho \cdot \dfrac{\ell}{A}$, med $\rho = \sigma^{-1}$ = ledermaterialets <u>resistivitet</u>

Enheter:

$[R] = V/A = \Omega$ (ohm) $\qquad [G] = \Omega^{-1}$

$[\rho] = \Omega \cdot m \qquad [\sigma] = \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$

Merk:

σ og ρ er <u>materialspesifikke</u> størrelser, mens G og R dessuten avhenger av lederens <u>dimensjoner</u>

Kretssymbol for motstand:

(evt. 

)

Eks: Anslå resistiviteten ρ i sølv (Ag)

Løsn: Volum pr Ag-atom er ca $(4\text{Å})^3 \sim 6\cdot 10^{-29}\ m^3$.

Med 1 fritt elektron pr atom blir tettheten av frie elektroner dermed $n \sim 2\cdot 10^{28}\ m^{-3}$.

Med elektr. ledn.evne fra s. 94:

$$\sigma = ne^2\tau/m_e \sim 2\cdot 10^{28}\cdot(1.6\cdot 10^{-19})^2\cdot 10^{-14}/10^{-30}$$

$$\sim 5\cdot 10^{6}\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$$

$$\Rightarrow \rho = 1/\sigma \sim 2\cdot 10^{-7}\ \Omega m$$

[Eksperimentelt er $\rho_{Ag} \approx 1.5\cdot 10^{-8}\ \Omega m$ ved $0°C$]

Noen omtrentlige tallverdier for ulike materialtyper:

Materiale	ρ (Ωm)
Gode ledere (Metaller)	10^{-8}
Isolatorer (Dårlige ledere)	$10^{10} - 10^{14}$
Perfekt leder	0
Perfekt isolator	∞

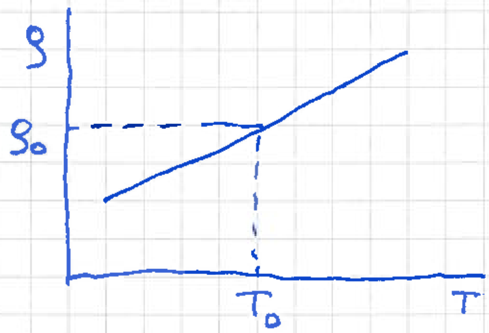
[YF 25.2]

Temperaturavhengigheten til ρ [TM 25.2; LHL 21.2+21.5]

Metaller:

Økt T $\Rightarrow$ Flere kollisjoner $\Rightarrow$ Økt ρ

Empirisk:



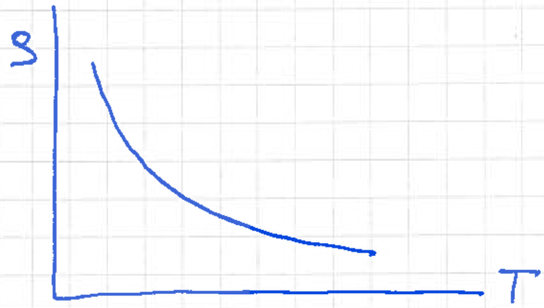
$$\rho(T) = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)]$$

$$\alpha_{Al} = 0.004\ K^{-1}$$

$([T] = K = \text{kelvin})$

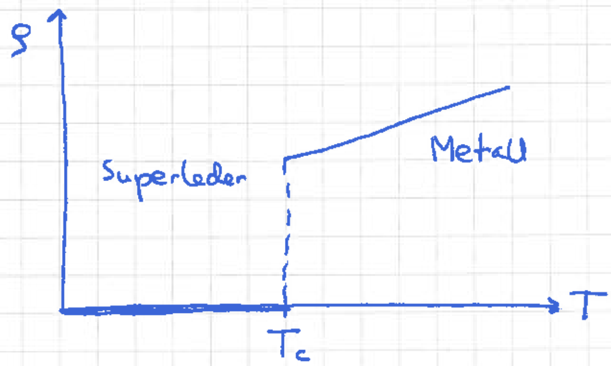
Halvledere: [TM 38.6]

- Isolator ved $T=0$
- Økt $T \Rightarrow$ Flere mobile ladninger $\Rightarrow$ Redusert ρ



Superledere: [TM 38.8]

- $\rho = 0$ for $T < T_c$ = "kritisk temperatur"



H. Kammerlingh-Onnes (1911):

Kvikksølv (Hg), $T_c \simeq 4.12$ K

I dag: "High-T_c superconductivity"

T_c opp mot 130 - 140 K

for noen materialer

Kobling av flere motstander [TM 25.4; LHL 21.3][YF 26.1]

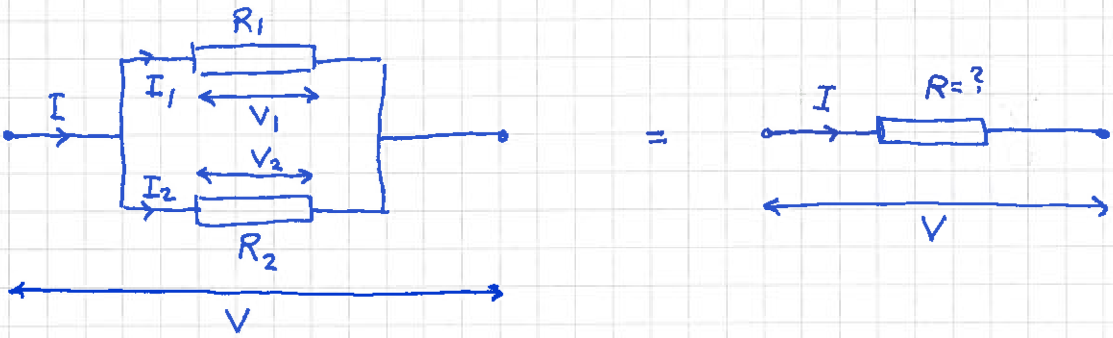
Seriekobling:

$$V = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I = \underbrace{(R_1 + R_2)}\, I \quad ; \qquad V = \underbrace{R}\, I$$

$$\Rightarrow \boxed{R = R_1 + R_2}$$

$$\boxed{N \text{ stk i serie: } \quad R = \sum_{j=1}^{N} R_j}$$

Parallellkobling:

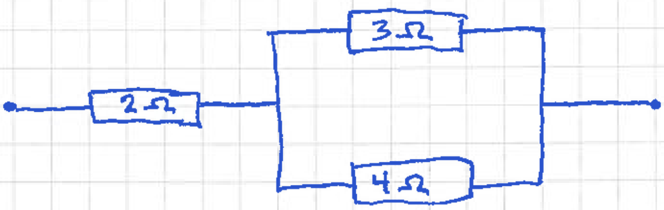


$$I = I_1 + I_2 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad ; \qquad I = V \cdot \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\boxed{N \text{ stk i parallell: } \quad R^{-1} = \sum_{j=1}^{N} R_j^{-1}}$$

Eks:



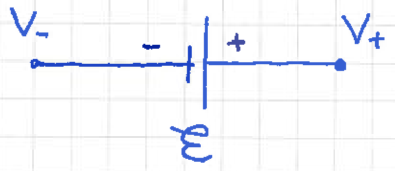
Total motstand:

$$R = 2\Omega + \left\{ \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{4\Omega} \right\}^{-1} = 2\Omega + \left\{ \frac{4+3}{3 \cdot 4\,\Omega} \right\}^{-1} = 2\Omega + \frac{12}{7}\Omega$$

$$= \underline{\underline{\frac{26}{7}\Omega}}$$

Likestrømkretser

Likespenningskilde :



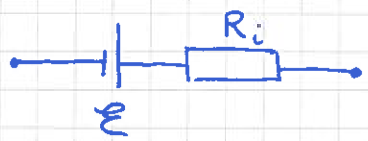
Sørger for spenning (potensialforskjell)

$$\mathcal{E} = V_+ - V_-$$

mellom polene. $\mathcal{E}$ er en såkalt elektromotorisk spenning (ems). $\mathcal{E}$ representerer tilført energi pr ladningsenhet.

Eksempler på spenningskilder : kjemisk batteri, solcelle

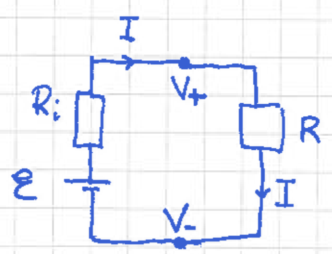
Reell kilde :



R_i = indre motstand i spenningskilden

Ideell kilde har $R_i = 0$.

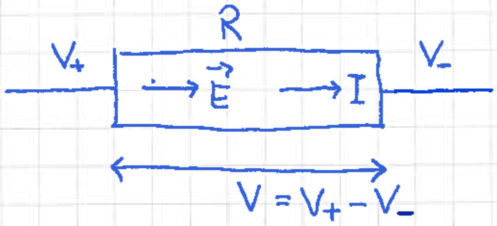
Eks: Reell kilde koblet til ytre motstand R (f.eks. lyspære)



$$\mathcal{E} = R_i I + R I$$

$\Rightarrow$ $\mathcal{E} - R_i I$ er spenningen $(V_+ - V_-)$ som "leveres" av den reelle kilden (dvs mindre enn $\mathcal{E}$ hvis $I > 0$)

Elektrisk effekt [TM 25.3 ; LHL 22.2] [YF 25.5]



Effekttap : $P = \dfrac{dU}{dt}$ = tapt pot. energi pr tidsenhet når strømmen I går gjennom motstanden, som har spenningen V mellom den ene og den andre siden.

Spenningen / Potensialforskjellen V er pr def.

$$V = \frac{dU}{dQ}$$

dvs tapt pot. energi pr ladningsenhet. Med andre ord: I løpet av tiden dt passerer en mengde ladning dQ et tverrsnitt av lederen. På venstre side av motstanden går dQ inn i motstanden ~~me~~ ved potensialet V_+, samtidig går dQ ut av motstanden på høyre side, ved potensialet V_-.
Pot. energi for dQ som går inn er $V_+ \cdot dQ$, pot. energi for dQ som går ut er $V_- \cdot dQ$, så tapt pot. energi blir

$$dU = V_+ \, dQ - V_- \, dQ = V \cdot dQ$$

Dermed:

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{V \cdot dQ}{dt} = \underline{\underline{V \cdot I}}$$

Energien tapes i motstanden pga kollisjoner ($\Rightarrow$ varme!)

Med såkalt ohmsk motstand er $V = R \cdot I$ (Ohms lov), da har vi alternative uttrykk:

$$P = RI^2 \quad \text{evt.} \quad P = V^2/R$$

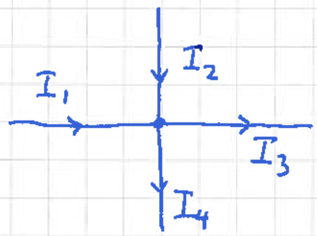
Kirchhoffs regler [TM 25.5; LHL 22.3] [YF 26.2]

$$\boxed{\sum_j I_j = 0 \quad \text{i alle knutepunkt}}$$

(rett og slett pga ladningsbevarelse)

Kirchhoffs strømregel / knutepunktregel

Eks:



La oss velge positive I inn mot et knutepunkt.

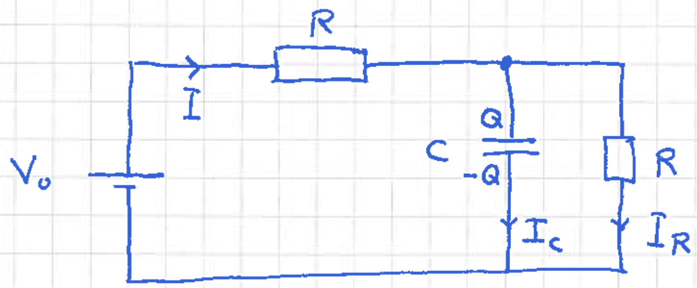
$\Rightarrow \quad I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$

$$\boxed{\sum \text{potensialendringer} = 0 \quad \text{for alle sløyfer}}$$

(rett og slett pga energibevarelse)

Kirchhoffs spenningsregel / sløyferegel

Eks:



Ytre sløyfe : $+V_0 - RI - RI_R = 0$

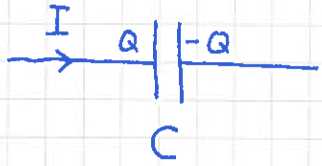
"Venstre" sløyfe : $+V_0 - RI - \frac{Q}{C} = 0$

"Høyre" sløyfe : $-RI_R + \frac{Q}{C} = 0$

[Samt $I - I_c - I_R = 0$]

TM kaller sløyferegelen ("loop rule") for "first rule" og knutepunktregelen ("junction rule") for "second rule". Personlig pleier jeg å gjøre omvendt; "K1" og "K2" for hhv. strømregel og spenningsregel.

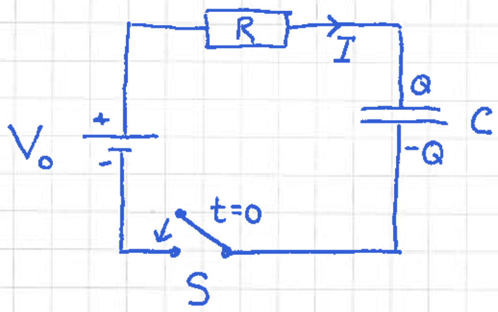
RC-kretser [TM 25.6; LHL 22.4] [YF 26.4]



$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q} \quad ; \quad V = \frac{Q}{C}$$

[Råd: Velg fortegn som her, dvs I inn mot plate med Q, slik at $I = dQ/dt$ (og ikke med minustegn).]

Opplading av kondensator i RC-krets.



Bryter S lukkes ved $t=0$.

$Q(t) = ?$ $\quad I(t) = ?$

$[Q(0) = 0]$

$$K2 \Rightarrow \quad V_0 - RI - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow R\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{C} + V_0 = -\frac{Q - V_0 C}{C}$$

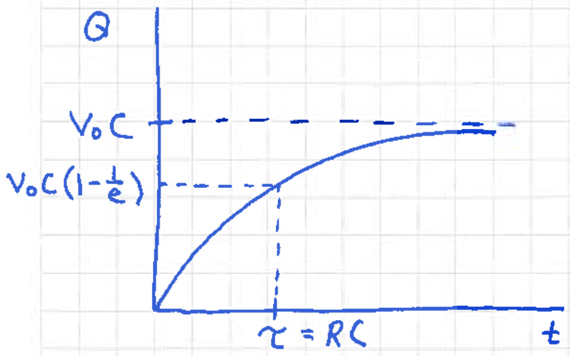
$$\Rightarrow \int_0^Q \frac{dQ}{Q - V_0 C} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

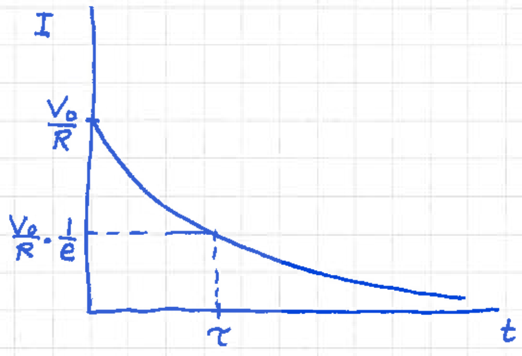
$$\Rightarrow \ln\left\{\frac{Q - V_0 C}{-V_0 C}\right\} = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{Q(t) = V_0 C\left\{1 - e^{-t/RC}\right\}}}$$

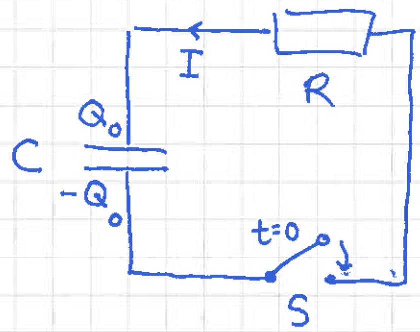
$$\Rightarrow \underline{\underline{I(t) = \dot{Q} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}}}$$

Produktet av R og C, "tidskonstanten" $\tau = RC$, forteller hvor lang tid det tar å lade opp kondensatoren. F.eks. når det har gått en tid $3 \cdot \tau = 3 \cdot RC$, har Q blitt $V_0 C(1 - e^{-3}) \approx 0.95\, V_0 C$, dvs 95% av maxverdien $V_0 C$.





Utlading av en oppladet kondensator i en RC-krets (uten andre komponenter som spenningskilde etc) blir enda enklere:



$Q(0) = Q_0$

$Q(t) = ?$ $\quad I(t) = ?$

$$K2 \Rightarrow -\frac{Q}{C} - R\dot{Q} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{Q_0}^{Q} \frac{dQ}{Q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln\frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{Q(t) = Q_0\, e^{-t/RC}}} \quad ; \quad \underline{\underline{I(t) = -\frac{Q_0}{RC}\, e^{-t/RC}}}$$

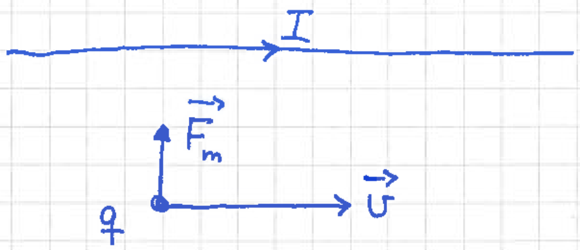
Merk at utregnet $I(t)$ fikk negativt fortegn. Det visste vi egentlig på forhånd: Vi valgte I inn mot positivt ladet plate, for å kunne bruke $I = +dQ/dt$. Her ser vi at strømmen må gå andre veien når kondensatoren lades ut.

Magnetostatikk [TM 26+27 ; LHL 23] [YF 27+28]

Aller først litt om magnetisme som et relativistisk fenomen. (Ikke pensum.) Vi skal se at hvis vi "tror på" Coulombs lov og Einsteins spesielle relativitetsteori, så må det være slik at en elektrisk strøm I gir opphav til en kraft $\vec{F}_m$ på en ladning q som er i bevegelse, med hastighet $\vec{v}$.

Denne kraften $\vec{F}_m$ kan uttrykkes ved hjelp av et vektorfelt $\vec{B}$, som nettopp er magnetfeltet.

Vi gjør følgende eksperiment:



nøytral, strømførende leder

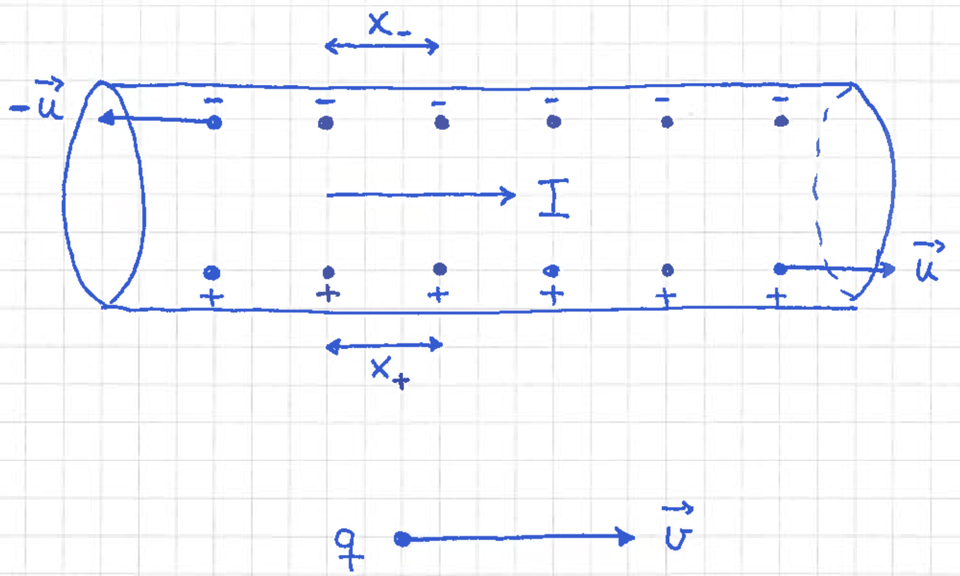
Dvs: Ladningen q, som har hastighet $\vec{v}$, trekkes mot den nøytrale strømførende lederen, med kraft $\vec{F}_m$!

Hvor kom $\vec{F}_m$ fra ?

Einstein : " Objekter i bevegelse er kortere enn når de er i ro. "

(såkalt lengdekontraksjon)

Anta (f.eks.) at strømmen I skyldes både negative og positive ladningsbærere:



Vi (som står i ro på laben) og ladningen q (som har hastighet $\vec{v}$) er i ulike referansesystem (evt. inertialsystem).

x_- og x_+ : avstand mellom hhv. neg. og pos. ladninger, målt av oss; $x_- = x_+$; dvs vi ser en elektrisk nøytral leder.

$\tilde{x}_-$ og $\tilde{x}_+$: tilsvarende, men målt av ladningen q; $\tilde{x}_- < \tilde{x}_+$; dvs q ser en leder med netto negativ ladning, fordi q ser negative ladn. med større hastighet enn de positive, slik at lengdekontraksjonen blir størst for avstanden mellom de negative ladningene! For q ser det da ut som om negative ladn. i lederen ligger tettere enn de positive, dvs q ser en negativt ladet leder!

Coulombs lov, brukt av q, tilsier dermed at q trekkes mot lederen pga en <u>elektrisk kraft</u>.

[Frastøtes hvis q, $\vec{v}$ eller I skifter fortegn.]

Einstein: "Fysikkens lover gjelder i alle inertialsystemer."

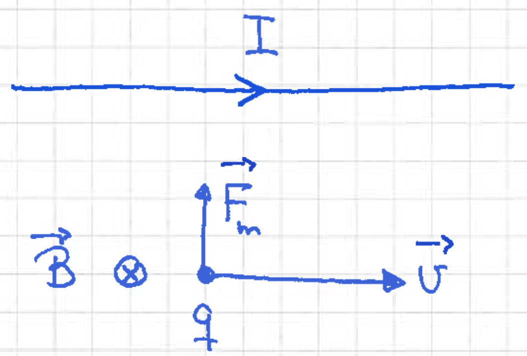
Dermed: Hvis q måler en kraft på seg selv, må også <u>vi</u> måle en kraft på q.

<u>Vi</u> måler en <u>magnetisk kraft</u>, som kan uttrykkes ved hjelp av et nytt vektorfelt,

$\vec{B}$ = magnetfeltet.

Det er strømmen I som er <u>årsaken</u> til magnetfeltet.

Vi innser at eksperimentet på side 104 er i tråd med at vi lar $\vec{B}$ peke inn i planet der q befinner seg, og samtidig uttrykker $\vec{F}_m$ som et kryssprodukt mellom $\vec{v}$ og $\vec{B}$:



$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

[⊗ : <u>inn</u> i planet
⊙ : <u>ut</u> av —"—]

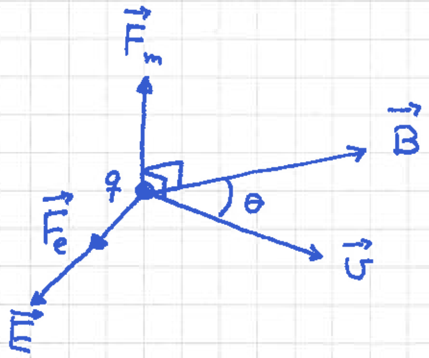
[Sidene 104–106 er ikke pensum, kun orienteringsstoff.]

Lorentzkraften [LHL 23.4] [YF 27.2]

Ladninger er opphav til **elektrisk felt** $\vec{E}$, og resulterer i en **elektrisk kraft** $\vec{F}_e = q\vec{E}$ på en (annen) ladning q. (Enten q er i ro eller i bevegelse.)

Strøm (dvs ladninger i bevegelse) er opphav til **magnetfelt** $\vec{B}$, og resulterer i en **magnetisk kraft** $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ på en (annen) ladning q. (I bevegelse.)

Med både $\vec{E}$ og $\vec{B}$ til stede (der q er):



$$\vec{F}_e = q\vec{E} \; ; \quad F_e = |\vec{F}_e| = qE$$

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \; ;$$

$$F_m = |q v B \sin\theta| = |\vec{F}_m|$$

Total kraft på q:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$ Lorentzkraften

Enhet for $\vec{B}$:

$$[B] = [F/qv] = \frac{N}{C \cdot m/s} = \frac{N}{A \cdot m} = T \quad (\text{tesla})$$