**TFY4106 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2014.**
**Øving 7. Veiledning: 7. - 10. oktober. Innleveringsfrist: 13. oktober kl 14.**

Denne øvingen er **obligatorisk** og leveres i sin helhet pr epost til din studass. På oppgave 1 er det tilstrekkelig å levere inn 11 bokstavsvar, uten utregninger. (Litt regning er selvsagt nødvendig for å løse – og forstå – oppgavene.) På oppgave 2 leverer du de fire PDF-figurene som vedlegg til eposten.

**Oppgave 1: Flervalgsoppgaver om svingninger**

En kloss med masse $m$ er festet til ei (masseløs) fjær med fjærkonstant $k$. Fjæra er festet til en vegg i sin venstre ende. Klossen kan gli uten friksjon på et horisontalt underlag. Bevegelsen blir startet (ved $t = 0$) ved å dra klossen fra likevektsposisjonen $x = 0$ mot høyre til posisjon $x_0$ og gi den en hastighet $v_0$ mot høyre. Klossen utfører deretter harmoniske svingninger beskrevet ved $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$ der $\omega_0 = 2\pi/T$ er vinkelfrekvensen, $T$ er perioden og $\phi$ er en fasekonstant.

*a*) Hva er perioden $T$ for denne harmoniske svingningen?

A) $2\pi\sqrt{k/m}$ B) $\sqrt{k/m}$ C) $2\pi\sqrt{m/k}$ D) $\sqrt{m/k}$

*b*) Hva er amplituden $A$ for denne harmoniske svingningen?

A) $\sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega_0)^2}$ B) $x_0/\cos(\arctan(v_0/x_0\omega_0))$
C) Både A og B er riktige svar D) Verken A eller B er riktige svar

*c*) Hva er fasekonstanten $\phi$ for denne harmoniske svingningen?

A) $-\arctan(v_0/x_0\omega_0)$ B) $\arccos(1/\sqrt{1 + mv_0^2/kx_0^2})$
C) Både A og B er riktige svar D) Verken A eller B er riktige svar

*d*) Hva er systemets totale mekaniske energi $E$?

A) $kx_0^2/2$ B) $mv_0^2/2$ C) $kx_0^2/2 + mv_0^2/2$ D) 0

*e*) Vi kunne alternativt ha skrevet løsningen på formen $x(t) = B\cos\omega_0 t + C\sin\omega_0 t$. Hva blir da de to koeffisientene $B$ og $C$?

A) $B = v_0/\omega_0$ og $C = x_0$ B) $B = x_0$ og $C = v_0/\omega_0$ C) $B = C = x_0$ D) $B = C = v_0/\omega_0$

*f*) Hva blir svingebevegelsens maksimale utsving og maksimale hastighet dersom $m = 100$ g, $k = 10$ N/m, $x_0 = 1.0$ cm og $v_0 = 10$ cm/s.

A) 1.4 cm og 14 cm/s B) 1.4 m og 14 m/s
C) 14 m og 1.4 m/s D) 14 cm og 1.4 cm/s

*g*) Svingesystemet dreies 90 grader slik at massen $m$ henger vertikalt i tyngdefeltet. Med hvilken vinkelfrekvens $\omega$ vil massen nå svinge opp og ned?

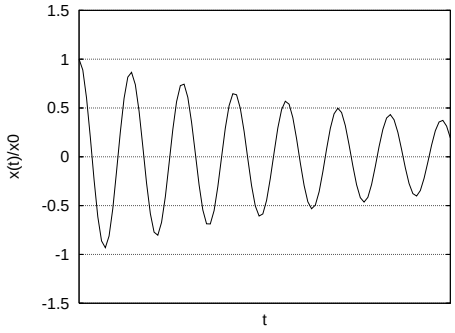
A) $\omega = \omega_0$ B) $\omega = 2\omega_0$ C) $\omega = 3\omega_0$ D) $\omega = 4\omega_0$

*h*) Figuren viser utsvinget

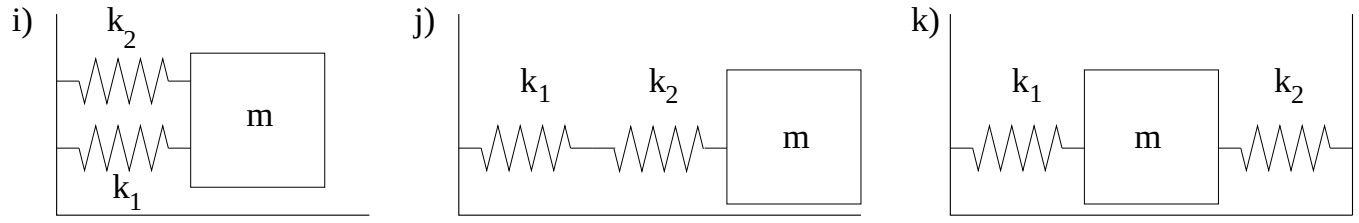
$$x(t) = x_0 e^{-t/\tau} \cos \omega t,$$

eller rettere sagt $x(t)/x_0$, for en dempet harmonisk svingning. Omtrent hvor stort er produktet $\omega\tau$ mellom vinkelfrekvensen og den "karakteristiske tiden" for dempingsforløpet?

A) 0.022
B) 1.7
C) 14
D) 45




Et enkelt masse-fjær-svingesystem med masse $m$ og fjærstivhet $k$ har som kjent vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{k/m}$. Sett opp "N2" for de tre svingesystemene vist i figuren nedenfor og finn vinkelfrekvensen for hvert av systemene uttrykt ved $\omega_1 = \sqrt{k_1/m}$ og $\omega_2 = \sqrt{k_2/m}$. I alle tilfellene er fjærene masseløse, og det er ingen friksjon.

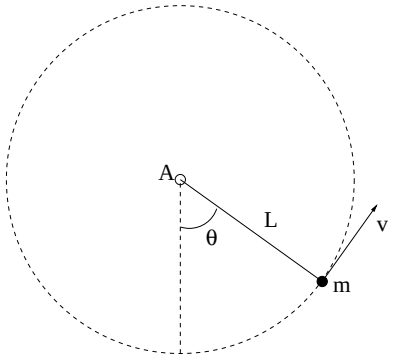



*i*) $\omega_i = \ldots$
A) $\omega_1 + \omega_2$ B) $\omega_1\omega_2/\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ C) $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ D) $\sqrt{\omega_1\omega_2}$

*j*) $\omega_j = \ldots$
A) $\omega_1 + \omega_2$ B) $\omega_1\omega_2/\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ C) $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ D) $\sqrt{\omega_1\omega_2}$

*k*) $\omega_k = \ldots$
A) $\omega_1 + \omega_2$ B) $\omega_1\omega_2/\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ C) $\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ D) $\sqrt{\omega_1\omega_2}$

**Oppgave 2: Matematisk pendel**




Figuren til venstre viser en såkalt matematisk pendel, bestående av ei kule (punktmasse) med masse $m$ i enden av ei masseløs stang med lengde $L$. Stanga kan svinge uten friksjon omkring festepunktet (A), slik at kula følger en sirkelbane med radius $L$. Kulas bevegelse er bestemt ved ligningen

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0.$$

(N2 tangentielt til sirkelbanen. Vi har brukt sammenhengen mellom hastighet og vinkelhastighet ved sirkelbevegelse.)

For små utsving fra likevekt, $|\theta| \ll 1$, kan $\sin\theta$ erstattes med $\theta$, og vi har en enkel harmonisk oscillator, med kjent løsning, og med vinkelfrekvens ("egenfrekvens") $\omega_0 = \sqrt{g/L}$. Men for større utsving fra likevekt må vi beholde $\sin\theta$, og da kan ligningen ovenfor ikke løses analytisk. Numerisk er det imidlertid ingen problemer! En enkel og intuitiv numerisk måte å bestemme $\theta(t)$ på er den såkalte Euler-metoden. N2 kan skrives på formen

$$dv = a\,dt = \frac{F}{m}\,dt.$$

Det betyr at hastigheten ved tidspunktet $t+dt$ kan bestemmes dersom vi kjenner hastigheten ved tidspunktet $t$:

$$v(t+dt) = v(t) + a\,dt = v(t) + dv = v(t) + \frac{F}{m}\,dt.$$

Med et *endelig* tidssteg $\Delta t$ blir ligningen

$$v(t+\Delta t) = v(t) + \Delta v = v(t) + \frac{F(t)}{m}\,\Delta t$$

bare tilnærmet riktig, men formodentlig en riktig *god* tilnærmelse dersom $\Delta t$ velges tilstrekkelig liten.
Samme oppskrift kan vi i neste omgang bruke for å bestemme posisjonen, eller som her, vinkelen $\theta(t)$. Vi har $v = ds/dt = L\,d\theta/dt$, dvs

$$d\theta = \frac{v}{L}\,dt,$$

og med endelig tidssteg gir dette

$$\theta(t+\Delta t) = \theta(t) + \Delta\theta = \theta(t) + \frac{v(t)}{L}\,\Delta t.$$

Hvis vi nå, som her, kjenner $\theta(t=0)$ og $v(t=0)$, dvs $\theta(0) = \theta_0$ og $v(0) = v_0$, kan ligningene over brukes til å finne $\theta(\Delta t)$ og $v(\Delta t)$, deretter $\theta(2\Delta t)$ og $v(2\Delta t)$ osv. I vårt konkrete tilfelle er det tyngdens tangentialkomponent som bestemmer akselerasjonen, og dermed hastigheten tangentielt,

$$a = \frac{F}{m} = -g\sin\theta.$$

I `pendel.m` er denne oppskriften delvis implementert i Matlab.

- Fullfør `pendel.m` (eller skriv ditt eget program fra grunnen av, i Matlab eller et annet egnet programmeringsspråk) slik at punktene nedenfor kan besvares.
- La pendelen ha lengde 1.0 m. Tyngdens akselerasjon er 9.81 m/s$^2$.
- Kjør programmet med startvinkel $\theta_0 = 0$, men med tre ulike verdier for starthastigheten $v_0$: (A) Med tilstrekkelig liten $v_0$ til at pendelen med god tilnærmelse utfører harmoniske svingninger med vinkelfrekvens $\sqrt{g/L}$. (B) Med $v_0$ slik at pendelen svinger *nesten* helt opp til toppen av sirkelbanen. Hvor lang periode $T$ klarer du å lage? (C) Med tilstrekkelig stor $v_0$ til at pendelen passerer toppen av sirkelbanen, gjerne med god margin.

- For hvert av de tre tilfellene (A), (B) og (C), lag en figur der vinkelen $\theta$ plottes, i enheten grader, som funksjon av tiden $t$ i intervallet fra $t = 0$ til $t = 2T$. Perioden $T$ vil være forskjellig i de tre tilfellene. Figurene skal ha tekst på aksene, 't (s)' for horisontal akse og '$\theta$ (grader)' for vertikal akse. Figurene lagres som PDF-filer, med navn `brukernavn_FIGA.pdf` osv, evt samlet i en PDF-fil. Verdien du har brukt for starthastigheten $v_0$ kan angis som tittel på den aktuelle grafen; alternativt oppgir du $v_0$-verdier i eposten til din studass.

- For minst ett av de tre tilfellene (A), (B), (C), sjekk i hvilken grad mekanisk energi (pr masseenhet) $E/m = (K+U)/m$ er bevart, ved å regne den ut og plotte den som funksjon av $t$ i programmet. Figuren skal ha teksten 'E/m ($m^2/s^2$)' på vertikal akse og 't (s)' på horisontal akse. Figuren lagres med navn `brukernavn_FIGD.pdf`. Angi med figurtittel for hvilket av de tre tilfellene energien pr masseenhet plottes; alternativt angir du dette i eposten.