TFY4104 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Løsningsforslag til Test 12.

Oppgave 1
Tyngdekraften har komponent $mg\sin\alpha$ nedover parallelt med skråplanet. Normalkraften fra underlaget er lik tyngdekraftens normalkomponent $mg\cos\alpha$, siden det ikke er noen akselerasjon normalt på skråplanet. Når klossen glir, er det kinetisk friksjon, med friksjonskraft $f = \mu N = \mu mg\cos\alpha$. Med konstant hastighet er $f = mg\sin\alpha$, dvs $\mu = \tan\alpha$. Riktig svar: D.

Oppgave 2
Klossen starter med mekanisk energi

$$E = mgh + mv_0^2/2 = mgL\sin\alpha + mv_0^2/2.$$

Den har mistet all denne mekaniske energien, dvs E tilsvarer friksjonsarbeidet

$$W_f = fL = \mu mgL\cos\alpha.$$

Dermed er

$$\mu = E/mgL\cos\alpha = \tan\alpha + v_0^2/2gL\cos\alpha.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 3
Total impuls er bevart i kollisjonen: $mv_0 = 2mv$, dvs $v = v_0/2$. Riktig svar: A.

Oppgave 4
$|\Delta K| = mv_0^2/2 - 2mv^2/2 = mv_0^2/2 - mv_0^2/4 = mv_0^2/4$. Riktig svar: C.

Oppgave 5
De to massene snur i høyden $h = L(1-\cos\beta)$. Der er potensiell energi lik $2mgh$ og kinetisk energi null. Energibevarelse etter at kollisjonen er over gir da

$$mv_0^2/4 = mgh = mgL(1-\cos\beta) \quad \Rightarrow \quad \beta = \arccos(1 - v_0^2/8gL).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 6
Matematisk pendel med lengde L og små utsving: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$, dvs $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{L/g}$. Riktig svar: A.

Oppgave 7
De fire punktmassene er alle i avstand d fra aksen, med $d^2 = (a/2)^2 + (a/2)^2 = a^2/2$. Dermed er $I_0 = 4ma^2/2 = 2ma^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 8
Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/2$, gir $I_1 = I_0 + 4m(a/2)^2 = 2ma^2 + ma^2 = 3ma^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 9
Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksen en lengde $a/\sqrt{2}$, gir $I_2 = I_0 + 4m(a/\sqrt{2})^2 = 2ma^2 + 2ma^2 = 4ma^2$. Riktig svar: D.

Oppgave 10
Energibevarelse gir

$$mgh = mv^2/2 + MV^2/2 = mv_x^2/2 + mv_y^2/2 + MV^2/2,$$

og impulsbevarelse horisontalt gir

$$mv_x = MV.$$

En tredje ligning får vi ved å bruke at m hele veien ned befinner seg på skråplanet, slik at en forflytning av m med dx horisontalt og en forflytning av M motsatt vei med dX må innebære en vertikal forflytning av m med $dy = dx + dX$ (der alle størrelser regnes positive). Divisjon med dt gir $v_y = v_x + V$. Nå har vi 3 ligninger for 3 ukjente (v_x, v_y og V), og løsning mhp V gir

$$V = \sqrt{2gh\frac{1}{(1+M/m)(1+2M/m)}}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 11
Tilsvarende som i oppgave 10, men nå har m (ringen) kinetisk energi

$$K_m = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = mv^2/2 + (mr^2)(v/r)^2/2 = mv^2/2 + mv^2/2 = mv^2.$$

Energibevarelse gir da

$$mgh = mv_x^2 + mv_y^2 + MV^2/2.$$

Ellers likt, slik at svaret blir

$$V = \sqrt{gh\frac{1}{1+5M/2m+2M^2/m^2}}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 12
Elektrisk feltstyrke mellom platene: $E = \sigma/\varepsilon_0 = Q/A\varepsilon_0$. Kondensatorens dipolmoment: $p = Qd$. Dermed er $p = \varepsilon_0 EAd$, slik at $p/Ad = p/V = \varepsilon_0 E$ (der $V = Ad$ er volumet mellom platene). Riktig svar: E.

Oppgave 13
Avstanden mellom $-2Q$ og hver av de to Q er d. Avstanden mellom de to Q er $2d\sin\alpha/2$. Total potensiell energi er da

$$U = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2d\sin\alpha/2} - 2\cdot\frac{2Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}\left(\frac{1}{2\sin\alpha/2} - 4\right),$$

slik at $U < 0$ dersom $2\sin\alpha/2 > 1/4$, dvs $\alpha > 2\arcsin(1/8) \simeq 14°$. Riktig svar: B.

Oppgave 14

$$E(z) = -\frac{dV}{dz} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} - 1\right),$$

slik at $E(0) = \sigma/2\varepsilon_0$. Riktig svar: D.

Oppgave 15
Det elektriske feltet er null overalt inne i hulrommet og overalt inne i metallet (se forelesningene). Det betyr at hele volumet innenfor $r = 2R$ er et ekvipotensial. Dermed: $E_1 = E_2 = 0$ og $V_1 = V_2$. Riktig svar: A.

Oppgave 16
Spenningsfallet over hver kapasitans må her være $V_0/3$. Da er ladningen på hver kapasitans $Q = CV_0/3$. Riktig svar: E.

Oppgave 17
Kretsens totale kapasitans er $(1/C + 1/(2C+3C))^{-1} = 5C/6$. Med en slik kapasitans ville ladningen på

den ha vært $5V_0C/6$. Dette blir da ladningen på den ene kapasitansen C, og samtidig total ladning på de to parallellkoblede $2C$ og $3C$, der $2/5$ må ligge på $2C$ og $3/5$ på $3C$. Dermed $(3/5) \cdot (5V_0C/6) = V_0C/2$ på kapasitansen $3C$. Riktig svar: D.

Oppgave 18
Kretsens totale motstand er $2R + (1/R + 1/R + 1/R)^{-1} = 7R/3$, slik at total strøm i kretsen er $3V_0/7R$. Denne fordeler seg naturligvis likt på de tre parallellkoblede motstandene, dvs strøm $V_0/7R$ gjennom hver av dem. Riktig svar: E.

Oppgave 19
Elektrisk kraft på elektronet: $F_e = qE = e \cdot 3000$, i negativ y-retning. Magnetisk kraft på elektronet: $F_m = evB = e \cdot 20000 \cdot 0.150 = e \cdot 3000$, i positiv y-retning. Total kraft: Null. Riktig svar: A.

Oppgave 20
Med $x \gg h$ er magnetfeltet tilnærmet konstant over hele ledersløyfas omsluttede areal, $B(x) = \mu_0 I/2\pi x$, og omsluttet magnetisk fluks blir $\phi(x) = B(x) \cdot A = \mu_0 Ibh/2\pi x$. Indusert spenning blir dermed

$$|V| = |\frac{d\phi}{dt}| = \frac{\mu_0 Ibh}{2\pi x^2} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 Ibhv}{2\pi x^2}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 21
Anta at det går en strøm I_1 i spole nr 1. Dette skaper et magnetfelt $B_1 = \mu_0(N_1/\lambda)I_1$ overalt inne i spolen (der vi antar lang, tettviklet spole). Det betyr at spole nr 2 omslutter en magnetisk fluks $\phi_2 = N_2B_1A = N_2\mu_0(N_1/\lambda)I_1A$, som igjen betyr at gjensidig induktans er

$$M = \phi_2/I_1 = \mu_0 N_1 N_2 A/\lambda$$

. Riktig svar: C.

Oppgave 22
Her er maksimal strøm $V_0/R = 4.5$ A. Kretsens tidskonstant er $L/R = 1$ s. En strøm 4.0 A er noe mer enn en andel $1 - 1/e \simeq 0.62$ av maksimal strøm, så det bør ta noe mer enn 1 sekund å oppnå 4.0 A i kretsen. Vi bør nok satse på 2.2 s. Med litt regning: $I(t) = (V_0/R)(1 - \exp(-Rt/L))$, som løst mhp t gir

$$t = \frac{L}{R} \ln\left(\frac{1}{1 - RI(t)/V_0}\right) = 1.0\,\text{s} \cdot \ln 9 = 2.2\,\text{s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 23
Total omsluttet fluks er $\phi(t) = NBA\cos\omega t$, slik at indusert spenning blir $V(t) = V_0 \sin\omega t$ med amplitude $V_0 = NBA\omega = NBA2\pi/T$. Vi må derfor ha en periode $T = 2\pi \cdot 50 \cdot 0.250 \cdot 400 \cdot 10^{-4}/311\,\text{s} = 0.01$ s. Riktig svar: B.

Oppgave 24
Siden $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, har vi $L = 1/\omega_0^2 C = 1/4\pi^2 f_0^2 C$, som med innsetting av oppgitte tallverdier gir $L = 63.1 \cdot 10^{-12}$ H. Riktig svar: C.

Oppgave 25
Vi må benytte en kondensator med kapasitans $C = 1/4\pi^2 f_0^2 L$, som med oppgitte tallverdier gir $C = 25$ nF. Da er i grunnen bare B et aktuelt svar... La oss sjekke at vi får riktig Q-faktor med motstand som i alternativ B: Vi har $Q = \sqrt{L/C}/R$, dvs $R = \sqrt{L/C}/Q = \sqrt{10^{-6}/25 \cdot 10^{-9}}/10^4 = 6.3 \cdot 10^{-4} = 0.63\,\text{m}\Omega$. Stemmer. Riktig svar: B.