TFY4104 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Løsningsforslag til Test 8.

Oppgave 1

$$\boldsymbol{E}(x) = -\hat{x}\frac{dV}{dx} = (20\,\mathrm{V/m})\,\hat{x}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 2

$$\begin{aligned} E(x) &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \\ \Rightarrow V(x) &= V(0) - \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \\ \Rightarrow x &= \frac{2\varepsilon_0}{\sigma}\,(V(0) - V(x)) \\ &= \frac{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}{8.0 \cdot 10^{-9}} \cdot 100\,\mathrm{m} = 0.22\,\mathrm{m} = 22\,\mathrm{cm}. \end{aligned}$$

Riktig svar: E.

Oppgave 3

$$\begin{aligned} V(r) &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ \Rightarrow r &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 V} = 9 \cdot 10^9 \cdot 1/5.3 \cdot 10^3 = 1698\,\mathrm{km}. \end{aligned}$$

Som skulle ta oss omtrent fra Trondheim til Paris. Riktig svar: D.

Oppgave 4
Hvis vi befant oss i et medium med relativ permittivitet lik 17, vil avstanden til stedet med potensial 5.3 kV reduseres med en faktor 17, dvs $r = 100$ km. Da er vi omtrent på Oppdal. Riktig svar: B.

Oppgave 5
x-komponenten av $\boldsymbol{E}$ er $-dV/dx$, her 4.0 V/m. Riktig svar: B.

Oppgave 6
Det elektriske feltet i forrige oppgave er

$$\boldsymbol{E} = \hat{x}(4.0\,\mathrm{V/m}) - \hat{y}(3.0\,\mathrm{V/m}) - \hat{z}(7.0\,\mathrm{V/m}).$$

Den totale feltstyrken er

$$E = |\boldsymbol{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = \sqrt{16 + 9 + 49}\,\mathrm{V/m} = 8.6\,\mathrm{V/m}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 7
Vi bringer den aktuelle vinkelen α inn ved å danne skalarproduktet mellom to vektorer som har α mellom seg:

$$\boldsymbol{E} \cdot E_z\hat{z} = E \cdot E_z \cdot \cos\alpha.$$

Skalarproduktet på venstre side er samtidig lik E_z^2. Dermed er

$$\alpha = \arccos(E_z/E) = \arccos(7.0/\sqrt{74}) = 36^\circ.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 8

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{max}} &= \frac{Q_{\mathrm{max}}}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \\ \Rightarrow Q_{\mathrm{max}} &= 4\pi\varepsilon_0 R^2 E_{\mathrm{max}} \\ &= (9\cdot 10^9)^{-1}\cdot 0.03^2\cdot 3\cdot 10^6\,\mathrm{C} = 3\cdot 10^{-7}\,\mathrm{C} = 0.3\mu\mathrm{C}. \end{aligned}$$

Riktig svar: B.

Oppgave 9
Metallkulene og metalltråden danner en sammenhengende elektrisk leder, og i elektrostatisk likevekt er potensialet konstant overalt på en slik sammenhengende leder. Riktig svar: A.

Oppgave 10
Metalltråden som forbinder de to kulene er svært lang i forhold til begge kulenes størrelse. Da er det naturlig å anta at de to ladde kulene ikke påvirker hverandre direkte med coulombkrefter. Med andre ord, vi må kunne anta at begge kuler har sin ladning jevnt fordelt på overflaten. (Husk: Ingen netto ladning inne i en elektrisk leder i elektrostatisk likevekt.) Likt potensial på kule 1 og kule 2, $V_1 = V_2$, betyr at $Q_1/R = Q_2/(R/4)$, dvs $Q_1/Q_2 = 4$. Dermed:

$$E_1(R)/E_2(R/4) = (Q_1/R^2)/(Q_2/(R/4)^2) = Q_1/16Q_2 = 1/4,$$

med andre ord $E_2(R/4) = 4E_1(R)$, størst på den lille kula. Riktig svar: C.

Oppgave 11
Siden $F \sim 1/r^2$, vil en reduksjon fra r til $0.7r$ bety at F øker med en faktor $1/(0.7^2) = 1/0.49 \simeq 2$. Riktig svar: D.

Oppgave 12
Den elektriske feltstyrken $E(r)$ inne i plastlaget reduseres med en faktor lik plastlagets relative permittivitet: $E(r) = E_0(r)/\varepsilon_r$. Riktig svar: C.

Oppgave 13
Vi har $E = E_0 - E_i$, dvs $E_i(r) = E_0(r) - E(r) = E_0(r)(1 - 1/\varepsilon_r) = E_0(r)(\varepsilon_r - 1)/\varepsilon_r$. Riktig svar: A.

Oppgave 14
Siden ladningen Q lager et felt E_0 og ladningen q lager et felt $E_0(\varepsilon_r - 1)/\varepsilon_r$, må vi ha $q = Q(\varepsilon_r - 1)/\varepsilon_r$. Riktig svar: E.

Oppgave 15
Den elektriske feltstyrken reduseres i området $R < r < 2R$. Det vil redusere verdien av integralet av $E(r)$ fra uendelig til $r = R$, og dermed verdien av potensialet på metallkulas overflate, $V(R)$. Riktig svar: B.

Oppgave 16
Mellom platene er $E = \sigma/\varepsilon_0 = Q/\varepsilon_0 A$, slik at potensialforskjellen mellom platene er $V = Ed = Qd/\varepsilon_0 A$. Kapasitansen blir da

$$C = Q/V = \varepsilon_0 A/d.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 17
Tredjedelen fylt med et dielektrikum (med relativ permittivitet 4) har plateavstand d og areal $A/3$, den resterende luftfylte delen har plateavstand d og areal $2A/3$. Total kapasitans for parallellkoblede kapasitanser er gitt ved summen av enkeltkapasitanser. Dermed:

$$C = 2\varepsilon_0 A/3d + 4\varepsilon_0 A/3d = 2\varepsilon_0 A/d = 2C_0.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 18
Tredjedelen fylt med et dielektrikum (med relativ permittivitet 4) har plateavstand $d/3$ og areal A, den resterende luftfylte delen har plateavstand $2d/3$ og areal A. Total kapasitans for seriekoblede kapasitanser er gitt ved den inverse summen av inverse enkeltkapasitanser. Dermed:

$$C = (2d/3\varepsilon_0 A + d/12\varepsilon_0 A)^{-1} = 4C_0/3.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 19
De 8 ulike måtene er: Alle 3 i serie. Alle 3 i parallell. En av de tre i parallell med en seriekobling av de to andre – 3 muligheter. En av de tre i serie med en parallellkobling av de to andre – 3 muligheter. Riktig svar: D.

Oppgave 20
Alle 3 i parallell gir maksimal kapasitans på (3+4+5) nF = 12 nF. Riktig svar: E.