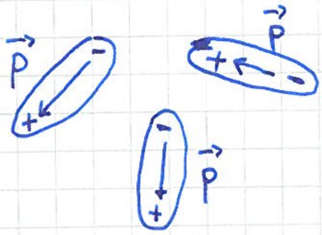
Isolatorer / Dielektrika

[TM 24.4, 24.5 ; LHL 20.5] [YF 24.4, 24.5]

Har ikke frie ladninger, men polariseres av et ytre felt $\vec{E}_0$:

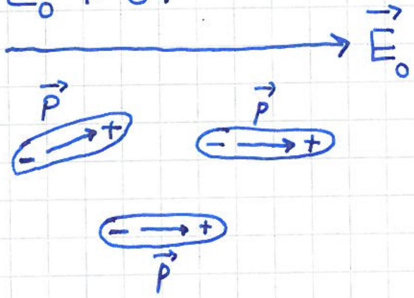
$E_0 = 0$:



$\sum_i \vec{p}_i \approx 0$

(Molekylære dipoler med dipolmoment $\vec{p}$. Uorden; $\vec{p}$ i tilfeldige retninger.)

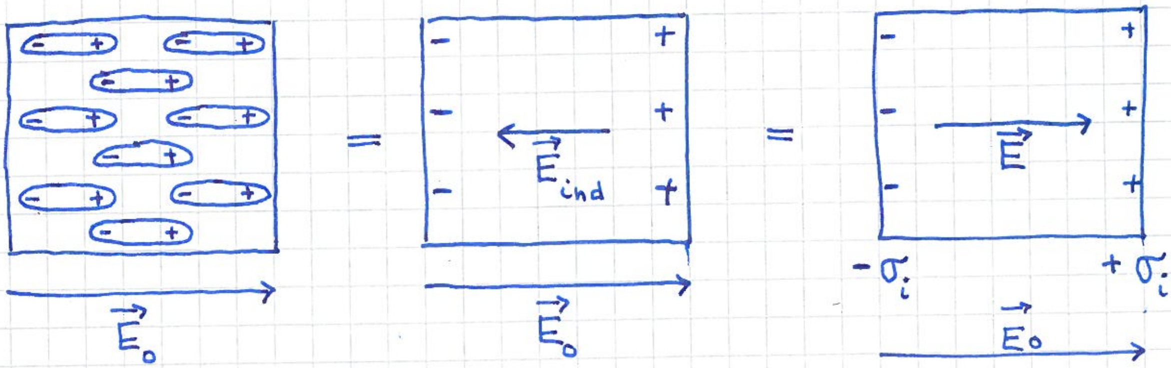
$\vec{E}_0 \neq 0$:



$\sum_i \vec{p}_i \neq 0$

(Molekylære dipoler med tendens til orientering slik at $\vec{p}$ peker i samme retning som $\vec{E}_0$.)
[Jf. øving 9]

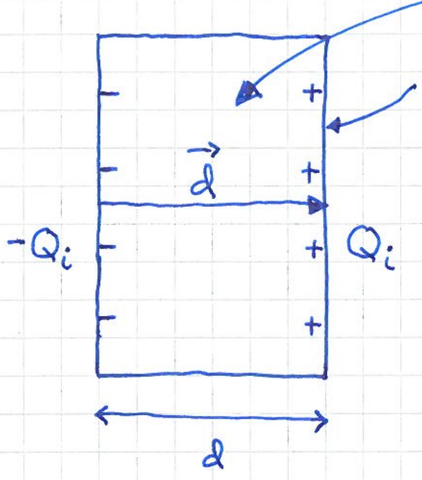
Netto makroskopisk effekt av ytre felt $\vec{E}_0$:



- ytre $\vec{E}_0$ $\Rightarrow$ innretting av dipoler ("polarisering")
- indusert nettoladning på dielektrikumets <u>overflate</u>; ingen nettoladning inni dielektrikumet
- indusert nettoladning ($\pm\sigma_i$ pr flateenhet) gir opphav til indusert felt $\vec{E}_{ind}$ inni dielektrikumet, motsatt rettet det ytre feltet, men $|\vec{E}_{ind}| < |\vec{E}_0|$ [Jf metall, der $|\vec{E}_{ind}| = |\vec{E}_0|$]
- får <u>svekket</u> feltet <u>inni</u> diel.: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{ind}$; $|\vec{E}| = |\vec{E}_0| - |\vec{E}_{ind}|$

Polarisering $\vec{P}$:

dielektrikum med volum $V = A \cdot d$



Dette er en dipol, med dipolmoment (s. 72)

$$\vec{p} = Q_i \, \vec{d},$$

dvs

$$p = |\vec{p}| = \sigma_i A d = \sigma_i \cdot V$$

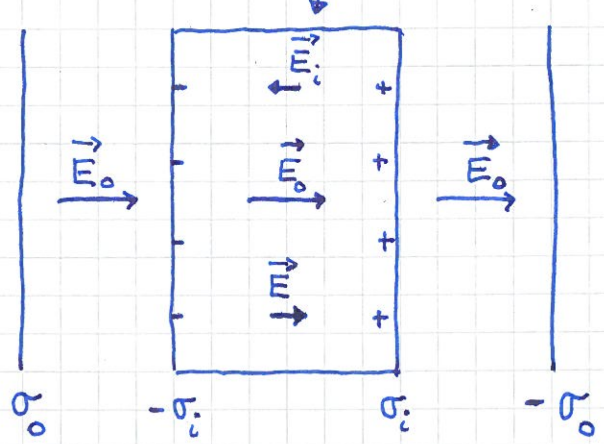
$\vec{P} \overset{\text{def}}{=}$ dipolmoment pr volumenhet : $\boxed{\vec{P} = \vec{p}/V}$

$\Rightarrow P = |\vec{P}| = \sigma_i =$ indusert overflateladning pr flateenhet

Enhet: $[P] = [p/V] = C \cdot m/m^3 = \underline{C/m^2}$ $(= [\sigma]$; OK!$)$

Indusert elektrisk felt $\vec{E}_i$:

dielektrisk skive i ytre felt $\vec{E}_0$ (fra plater med ladning $\pm\sigma_0$ pr flateenhet)



- Felt fra ett stort uniformt ladet plan : $\sigma / 2\varepsilon_0$ (s. 82 og Øving 8)
- Felt mellom to store plan med ladning $\pm\sigma$ pr flateenhet : σ/ε_0 (SPP!)
- Felt utenfor ——— " ——— : 0 (SPP!)
- Dermed: $E_0 = \sigma_0/\varepsilon_0$, $E_i = \sigma_i/\varepsilon_0$
- Totalt felt inni dielektrisk skive : $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$, $E = E_0 - E_i =$
  $= \sigma_0/\varepsilon_0 - \sigma_i/\varepsilon_0$

Lineær respons:

Med "ikke for sterkt" ytre felt $\vec{E}_0$ er polariseringen $\vec{P}$ proporsjonal med $\vec{E}_0$, og dermed også prop. med $\vec{E}$:

$$\boxed{\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}} \qquad \text{Lineær respons}$$

χ_e = isolatorens elektriske susceptibilitet; $[\chi_e] = 1$ (dim.løss)

Dermed:

$$E = E_0 - E_i \overset{P=\sigma_i}{\Longrightarrow} \frac{\sigma_i}{\chi_e \varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma_i = \frac{\chi_e}{1+\chi_e}\sigma_0$$

$$\Rightarrow \underline{E} = \frac{1}{\chi_e \varepsilon_0}\sigma_i = \frac{1}{\chi_e \varepsilon_0}\cdot\frac{\chi_e}{1+\chi_e}\sigma_0 = \frac{1}{1+\chi_e}\cdot\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \underline{\frac{1}{\varepsilon_r}E_0}$$

Dvs: Feltet inni isolatoren, E, er svekket med faktoren $1/\varepsilon_r$, der

$\varepsilon_r \overset{\text{def}}{=} 1 + \chi_e$ = isolatorens <u>relative permittivitet</u>

(evt. dielektrisitetskonstant); $[\varepsilon_r] = 1$ (dim.løss)

[TM: dielectric constant κ ; LHL: κ]

Kommentarer:

- Vakuum: $\varepsilon_r = 1$. Tørr luft: $\varepsilon_r = 1.00054$. Plast: $\varepsilon_r \sim 2-6$.
  Rent vann: $\varepsilon_r = 80$. Perfekt metall: $\varepsilon_r \to \infty$ $\Rightarrow E = E_0/\varepsilon_r = 0$, ok!

- Kan skrive $E = \sigma_0/\varepsilon$, med $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ = mediets permittivitet. Dermed blir vakuum (= tomt rom) et "medium", med permittivitet $\varepsilon = 1 \cdot \varepsilon_0 = \varepsilon_0$

- Lysets hastighet i et stoff bestemmes av stoffets elektriske og magnetiske egenskaper. I vakuum: $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}$

[μ_0 = vakuumpermeabiliteten = $4\pi \cdot 10^{-7}$; mer om det senere]

I isolator med permittivitet $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 > \varepsilon_0$ (og $\mu = \mu_0$)

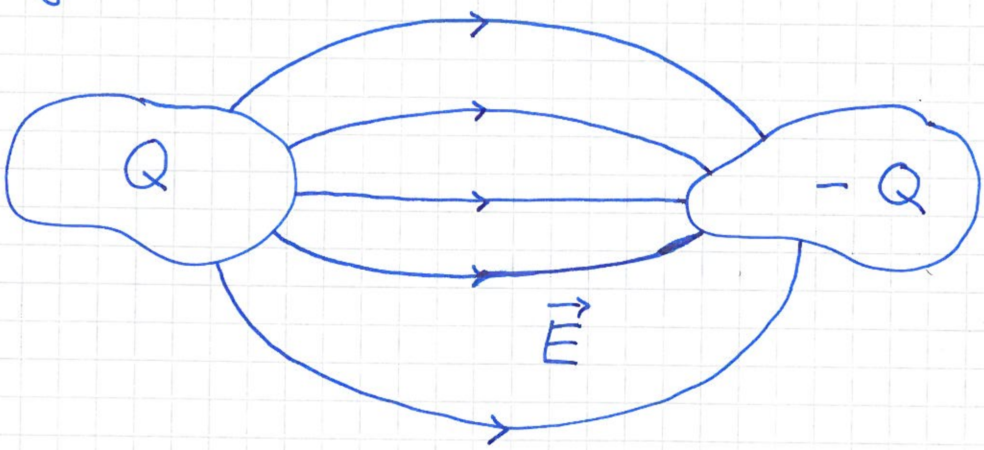
blir lysfarten $v = 1/\sqrt{\varepsilon \cdot \mu} = 1/\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0} = c/\sqrt{\varepsilon_r} < c$,

dvs redusert med faktoren $1/\sqrt{\varepsilon_r}$.

[Brytningsindeksen: $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ for umagnetisk stoff med $\mu = \mu_0$]

Kondensator og kapasitans [TM 24; LHL 20] [YF 24]

en kondensator består av to adskilte ledere, med ladning $\pm Q$:



Coulombs lov $\Rightarrow$ E prop. med Q

$$\Rightarrow V = V_+ - V_- = -\int_-^+ \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$\Rightarrow$ V er også prop. med Q

Kondensatoren har kapasitans C, definert slik:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}} \qquad (C > 0 \text{ pr def.})$$

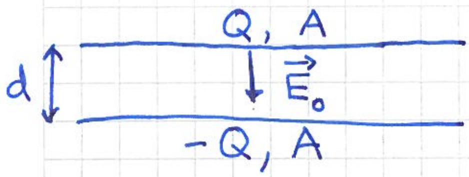
Enhet: $[C] = \frac{C}{V} = F$ (farad)

Merknader:

- Kretssymbol:

- Lagrer ladning og energi.
- Verdien på C avhenger av geometri (utforming) og type medium mellom lederne. C er uavhengig av Q og V.
- Beregning av C: Anta ladning $\pm Q$ på de to lederne. Regn ut $V = V_+ - V_-$ $\left(= -\int_-^+ \vec{E}\cdot d\vec{s}\right)$. Da er $C = Q/V$.

Eks 1: Platekondensator (luftfylt)

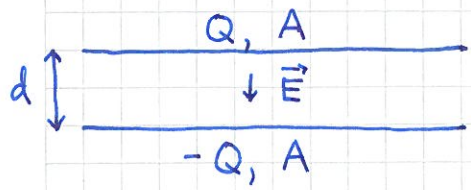


$d \ll \sqrt{A} \Rightarrow$ konstant $\vec{E}_0$ mellom platene,

$E_0 = \sigma_0/\varepsilon_0 = Q/A\varepsilon_0$

$$V = E_0 \cdot d = (Q/A\varepsilon_0)\cdot d \Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \underbrace{\varepsilon_0}_{\text{(medium)}} \underbrace{\frac{A}{d}}_{\text{(geometri)}}$$

Eks 2: Platekondensator fylt med isolator (dielektrikum)



$$E = \frac{1}{\varepsilon_r} E_0 = \frac{1}{\varepsilon_r}\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_r}\frac{Q/A}{\varepsilon_0}$$

$$V = E\cdot d = \frac{1}{\varepsilon_r}\frac{Q\cdot d}{A\cdot\varepsilon_0} \Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \underbrace{\varepsilon_r \varepsilon_0}_{\text{(medium)}} \underbrace{\frac{A}{d}}_{\text{(geometri)}}$$

Dvs: C er økt med faktor ε_r

[Alternativ enhet for permittivitet: $[\varepsilon] = [C\cdot d/A] = F\cdot m/m^2 = \underline{F/m}$]

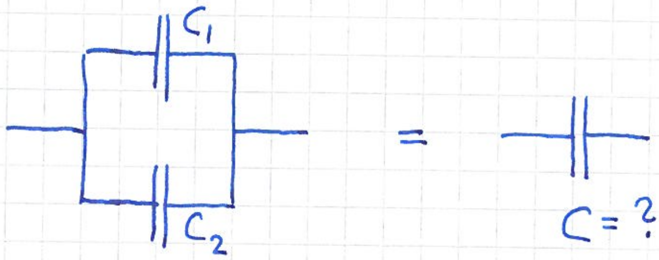
Kobling av flere kapasitanser [TM 24.3; LHL 20.2] [YF 24.2]

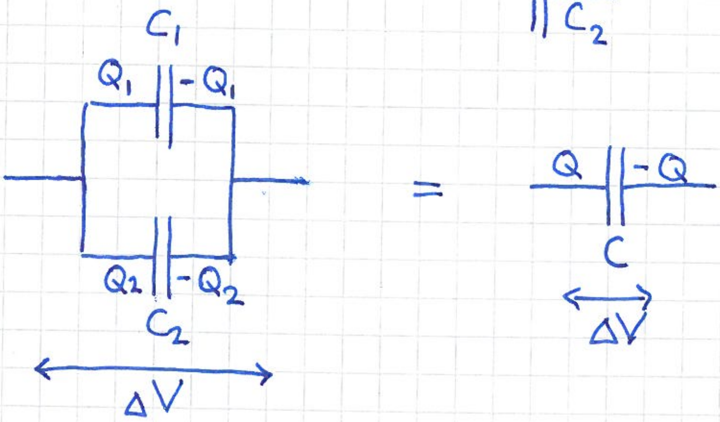
Seriekobling:

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = \Delta V \Rightarrow \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

N stk i serie : $\boxed{C^{-1} = \sum_{j=1}^{N} C_j^{-1}}$

Parallellkobling:



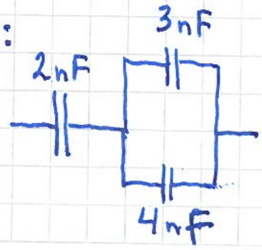


$$Q_1 + Q_2 = Q \, , \quad \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

$$\Rightarrow C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = C \Delta V \Rightarrow \boxed{C = C_1 + C_2}$$

N stk i parallell : $\boxed{C = \sum_{j=1}^{N} C_j}$

Eks:

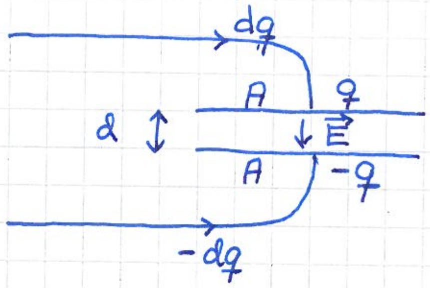


Total kapasitans : $C = \left\{ \frac{1}{2\,nF} + \frac{1}{3\,nF + 4\,nF} \right\}^{-1} = \left(\frac{7+2}{2 \cdot 7} \right)^{-1} nF$

$$= \underline{\underline{14/9 \ nF}}$$

Energi lagret i elektrisk felt [TM 24.2; LHL 20.4] [YF 24.3]

Pot. energi lagret i $\vec{E}$-feltet i kondensator må tilsvare arbeidet påkrevd for å lade opp kondensatoren til ladning $\pm Q$:



$\updownarrow$ $v(q) = q/C$ = potensialforskjellen mellom platene når ladn. er $\pm q$

Økning fra $\pm q$ til $\pm(q+dq)$ tilsvarer at vi flytter dq fra negativt til positivt ladd plate, krever et arbeid

$dW = v(q)\,dq$, og gir økning $dU = v(q)\,dq$ i pot. energi

$\Rightarrow$ Opplading, fra $q=0$ til $q=Q$, gir pot. energi

$$U = \int dU = \int_0^Q v(q)\,dq = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \underline{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

Med $C = Q/V$: $U = Q^2/2C = QV/2 = CV^2/2$

Fra s. 90, Eks 1: $C = \varepsilon_0 A/d$, $V = E\cdot d$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}\cdot(E\cdot d)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\cdot\underbrace{(A\cdot d)}_{\substack{=\text{volumet mellom}\\ \text{platene (der } E\neq 0)}}$$

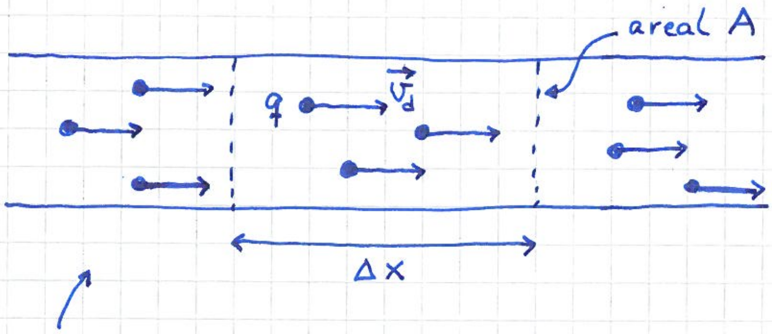
$\Rightarrow$ Energi pr volumenhet i elektrisk felt er:

$$\boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

(som gjelder generelt)

Elektrisk strøm [TM 25 ; LHL 21,22] [YF 25,26]

Strøm I og strømtetthet $\vec{j}$ [TM 25.1 ; LHL 21.1] [YF 25.1]



Leder med frie (mobile) ladninger q med midlere driftshastighet $\vec{v}_d$ langs lederen.

Elektrisk strømstyrke:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \to 0} \frac{dQ}{dt}$$ = ladning som passerer et tverrsnitt av lederen (areal A) pr tidsenhet

$[I] = C/s = A$ (ampere)

ΔN = antall mobile ladn. i volum $\Delta V = A \cdot \Delta x$

$\Rightarrow n = \frac{\Delta N}{\Delta V}$ = antall mobile ladn. pr volumenhet ; $[n] = m^{-3}$

$\Rightarrow \Delta Q = q \cdot \Delta N = nq\Delta V = nqA\,\Delta x$ = mobil ladn. i ΔV

$$\Rightarrow I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqA\frac{\Delta x}{\Delta t} = nqAv_d$$

[På tiden $\Delta t = \frac{\Delta x}{v_d}$ passerer alle ΔN (i snitt) (som er i ΔV) flaten med areal A.]

Strømtetthet: $j = I/A$ = strøm pr flateenhet ; $[j] = A/m^2$

$\Rightarrow j = nqv_d \quad \Rightarrow \boxed{\vec{j} = nq\vec{v}_d}$

I metall: $q = -e \Rightarrow \vec{j} = -ne\vec{v}_d \Rightarrow$