Uke 37 - Krefter. Arbeid. Energi

T3: 1-4, 7-9   Ø3: 1cd

Test

Oppg 1

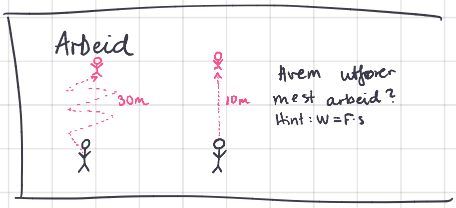
Oppgave 1

En takstein med masse 1.0 kg faller ned fra et 10 m høyt hus. Hvor stort arbeid har tyngdekraften gjort på taksteinen når den treffer bakken?

A 9.8 mJ
B 0.98 J
C 9.8 J
D 98 J
E 0.98 kJ

$m = 1\,kg$

$h = 10\,m$

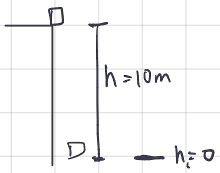


$\boxed{dW = F \cdot d}$ $W = G \cdot h = mgh = 1\,kg \cdot 9.81\,\frac{m}{s^2} \cdot 10\,m = \underline{\underline{98.1\,J}}$ $\underline{\underline{D}}$

Oppgave 2

Hva er hastigheten til taksteinen i forrige oppgave i det den treffer bakken? (Se bort fra luftmotstand.)

A 3.5 m/s
B 7.0 m/s
C 11 m/s
D 14 m/s
E 18 m/s



Energi før = Energi etter $E_p = mgh$ $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$$mgh = \cancel{mgh_0} + \frac{1}{2}mv^2 \qquad h_0 = 0$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81\,\frac{m}{s^2} \cdot 10\,m} = 14\,m/s \qquad \underline{\underline{D}}$$

Oppgave 3

En bordtennisball med masse 2.7 g faller ned fra samme høyde som taksteinen i oppgave 1. Pga luftmotstand er bordtennisballens hastighet ikke mer enn 8.4 m/s i det den treffer bakken. Hvor stort friksjonsarbeid (i absoluttverdi) har luftmotstanden gjort på bordtennisballen?

A 0.17 J
B 1.7 J
C 17 J
D 0.17 kJ
E 1.7 kJ

$m = 2.7\,g$

$v = 8.4\,m/s$

$h = 10\,m$

Skal finne arbeid gjort av luftmotstand:

Energi før − tap = Energi etter

$$mgh + \cancel{\frac{1}{2}m(v=0)^2} - \underline{W_L} = \cancel{mg(h=0)} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_L = mgh - \frac{1}{2}mv^2$$

$$= 2.7\cdot 10^{-3}\,\text{kg}\cdot 9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 10\,\text{m} - \frac{1}{2}\cdot 2.7\cdot 10^{-3}\,\text{kg}\cdot 8.4^2\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$= \underline{0.169614\,\text{J}} \qquad \underline{\underline{A}}$$

Oppgave 4

Hastigheten på 8.4 m/s er bordtennisballens terminalhastighet. Anta at luftmotstanden f er (i absoluttverdi) proporsjonal med kvadratet av hastigheten, $f = kv^2$. Bestem koeffisienten k.

A $k = 3.8$ g/s
B $k = 0.38$ s/m
C $k = 38$ m/s
D $k = 3.8$ m/g
E $k = 0.38$ g/m

$$f = kv^2$$

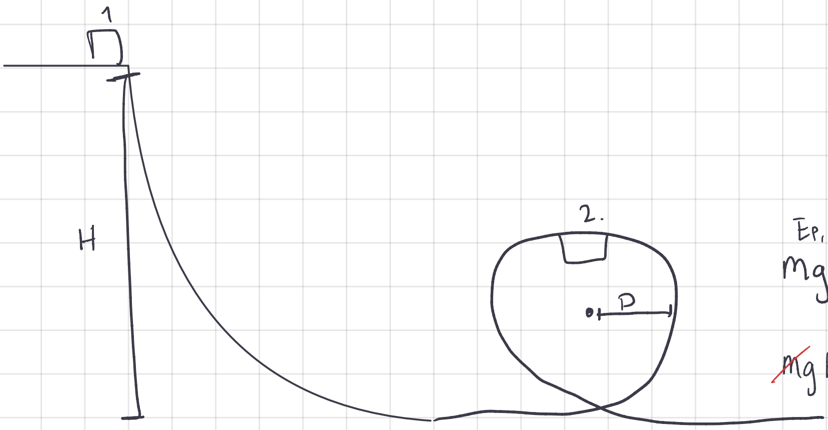
$$f = G = mg$$

$$k = \frac{f}{v^2} = \frac{mg}{v^2} = \frac{2.7\,\text{g}\cdot 9.81\,\cancel{\text{m/s}^2}}{8.4^2\,\frac{\text{m}^{\cancel{2}}}{\cancel{\text{s}^2}}} = \underline{0.3754\,\frac{\text{g}}{\text{m}}} \qquad \underline{\underline{E}}$$

Oppgave 7

I en berg-og-dal-bane starter vogna med null starthastighet i en høyde H over bakken. Etter å ha glidd ned til bakkenivå går vogna inn i en sirkelformet vertikaltstilt loop med diameter D. Anta at friksjon kan neglisjeres i denne og de to neste oppgavene. Hva er vognas hastighet på toppen av loopen? (Du kan anta at vogna har kontakt med underlaget rundt hele loopen.)

A $v = g(H - D)$
B $v = 2g(H - D)$
C $v = \sqrt{2g(H - D)}$
D $v = \sqrt{g(H - D)}$
E $v = g/(H - D)$



Neglisjerer friksjon.

$$E_{før} = E_{etter}$$

$$\overset{E_{p,før}}{mgH} + \overset{E_{k,før}}{0} = \overset{E_{p,etter}}{mg(2D)} + \overset{E_{k,etter}}{\frac{1}{2}mv^2}$$

$$\cancel{m}gH - \cancel{m}g2D = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

$$2(gH - g2D) = v^2$$

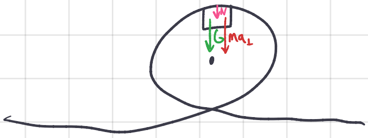
$$v = \sqrt{2gH - 2gD} \qquad \underline{\underline{C}}$$

Oppgave 8

Hvor stor hastighet v_{min} må vogna minst ha på toppen av loopen uten å miste kontakten med underlaget?

A $v_{\text{min}} = \sqrt{gD/2}$
B $v_{\text{min}} = \sqrt{gD/3}$
C $v_{\text{min}} = \sqrt{gD}$
D $v_{\text{min}} = \sqrt{2gD}$
E $v_{\text{min}} = \sqrt{3gD}$

Mister kontakt med underlaget $\rightarrow N = 0$.



N og G gir opphav til $a_\perp$ i toppunktet.

$$\underbrace{N}_{N=0} + G = ma_\perp$$

$$G = ma_\perp$$

$$mg = ma_\perp$$

$$g = a_\perp \qquad a_\perp = \frac{v^2}{r}$$

$$g = \frac{v^2}{r}$$

$r = D/2$

$$\sqrt{\frac{Dg}{2}} = v \qquad \underline{\underline{A}}$$

Oppgave 9

For en gitt loop-diameter D, hvor høyt over bakken, H, må vogna minst starte for å fullføre loopen? (Dvs: Uten å miste kontakten med underlaget.)

A $H \geq D$
B $H \geq 5D/4$
C $H \geq 3D/2$
D $H \geq 2D$
E $H \geq 5D/2$

Fart på topp av loop: $V = \sqrt{2gH - 2gD}$

V_{min} topp loop: $V_{min} = \sqrt{\frac{Dg}{2}}$

$$V = V_{min}$$

$$\sqrt{\frac{D\cancel{g}}{2}} = \sqrt{2\cancel{g}(H-D)}$$

$$\frac{D}{2} = 2(H-D)$$

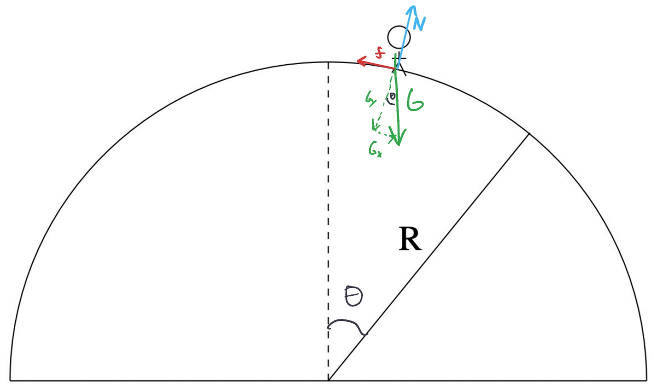
$$D = 4H - 4D$$

$$5D = 4H$$

$$H_{min} = \frac{5D}{4} \qquad \underline{\underline{B}}$$

Øving 3 - 1 cd

Oppgave 1c



c) Statisk friksjonskoeffisient mellom skosålene dine og et halvkuleformet tak med radius $R = 40$ m er 0.5. Hvor langt bort fra toppen kan du da bevege deg uten å begynne å gli? (Vi måler lengden langs takets overflate.)

A) 8.2 m B) 12.3 m C) 18.5 m D) 33.6 m E) 58.7 m

Statisk friksjonskoeffisient

$\mu_s = 0.5$

Må finne ut når $G_x = f$

$f = \mu_s \cdot N$

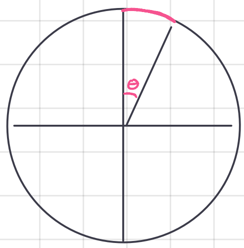
$G_x = \sin\theta \cdot G$

$N = \cos\theta \cdot G$

$\sin\theta \cdot \cancel{G} = \mu_s \cos\theta \cdot \cancel{G} \quad | : \cos\theta$

$\tan\theta = \mu_s$

$\theta = \tan^{-1}(\mu_s) = 26.57°$



Hvor mange meter rundt sirkelen tilsvarer 26.57° ?

Vet at Omkrets $= \pi d = \pi \cdot 2R$

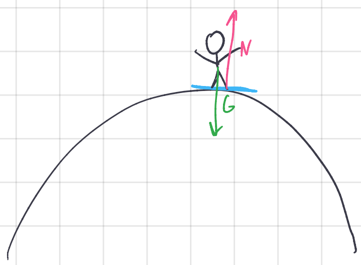
26.57° tilsvarer $\frac{26.57°}{360°} = 0.0737918$ del av sirkelens omkrets

Man kan bevege seg $0.0737918 \cdot 2\pi \underbrace{R}_{40\,m} = 18.55$ m $\quad \underline{\underline{C}}$

1d

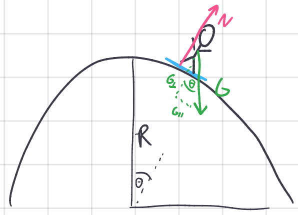
d) Anta så at du setter deg på et essensielt friksjonsfritt brett og seiler utfor fra toppen av taket med praktisk talt null starthastighet. Hvor langt nedover taket kommer du før du "tar av"?

A) 8.2 m B) 12.3 m C) 18.5 m D) 33.6 m E) 58.7 m



Må se på krefter som virker normalt på sirkelen.

I sirkelbevegelse har vi alltid $a_\perp = \frac{v^2}{r}$, og vi må finne ut hvilke krefter som bidrar til denne.



Her bidrar $G_\perp$ og N.

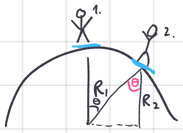
$G_\perp - N = m a_\perp$

$G_\perp = G\cos\theta = mg\cos\theta$

$N = ?$

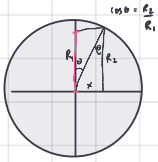
$$mg\cos\theta - \underset{\text{Skal finne når } N=0}{N} = m\frac{v^2}{R}$$

Hva er $v(\theta)$? Bevaring av mekanisk energi.



Skal ha like mye energi i begge situasjoner, siden energi IKKE kan forsvinne eller oppstå, KUN overføres. $E_p = mgh$ $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$\cos\theta = \frac{R_2}{R_1}$



$$E_1 = E_2$$

$$\cancel{m}gR_1 = \cancel{m}gR_2 + \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 \quad | :m$$

$$v = \sqrt{(gR_1 - gR_2)\,2} = \sqrt{2g(R_1 - R_2)}$$

Må uttrykke R_2 som funksjon av θ. R_1 er konstant.

$$\cos\theta = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_2 = \cos\theta \cdot R_1$$

$$V = \sqrt{2g(R_1 - \cos\theta R_1)} = \sqrt{2gR_1(1-\cos\theta)}$$

Kraftbalanse: $mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{\underset{\uparrow R_1}{R}}$

$$mg\cos\theta - N = m\frac{2g\cancel{R_1}(1-\cos\theta)}{\cancel{R_1}}$$

$$mg\cos\theta - N = m2g(1-\cos\theta)$$

$N = 0$ (Vi skal finne ut når vi letter)

$$\cancel{mg}\cos\theta = \cancel{m}2\cancel{g}(1-\cos\theta)$$

$$\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3} \qquad \theta = 0.84107 \text{ radiane}$$

0.84107 tilsvarer $\frac{0.84107}{2\pi} = 0.13386$ del av sirkelens omkrets

Man kan bevege seg $0.13386 \cdot 2\pi \underset{}{\overset{40\,m}{R}} = \underline{33.6\,m}$ $\underline{\underline{D}}$