

TFY4104/TFY4125 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 5.

Oppgave 1

Fullstendig uelastisk kollisjon betyr at bilene henger sammen som ett legeme etter kollisjonen, med felles hastighet. Denne hastigheten er null, pga at impulsen er bevart, og total impuls til de to bilene er null. Altså går all mekanisk energi tapt. Riktig svar: E.

Oppgave 2

Hvis den ene bilen har impuls mv før kollisjonen, har de to sammenhengende bilene hastighet $v/2$ etter kollisjonen, igjen pga impulsbevarelse. Kinetisk energi før kollisjonen er $mv^2/2$. Etter kollisjonen er den $2m(v/2)^2/2 = mv^2/4$. Altså har halvparten gått tapt. Riktig svar: C.

Oppgave 3

Med bilmasse m og hastigheter hhv v og $v/2$ er total impuls til de to bilene $mv + mv/2 = 3mv/2$. Felleshastigheten etter kollisjonen er dermed gitt ved $2mv' = 3mv/2$, dvs $v' = 3mv/4$. Kinetisk energi før kollisjonen: $K = mv^2/2 + m(v/2)^2/2 = 5mv^2/8$. Etter kollisjonen: $K' = 2m(v')^2/2 = 2m(3mv/4)^2/2 = 9mv^2/16$. Av den opprinnelige $K = 10mv^2/16$ er derfor $1mv^2/16$ gått tapt, dvs 10%. Riktig svar: A.

Oppgave 4

Kraften $F(t)$ er symmetrisk omkring tidspunktet $t = 0$, der F er maksimal og lik F_0 . Da er det klart at bordtennisballen snur ved $t = 0$, og at den etter kollisjonen har hastighet 20 m/s motsatt vei. Med andre ord, ballens impulsending er $\Delta p = m\Delta v = 0.0027 \cdot 40 = 0.108$ kg m/s. Vi har

$$\begin{aligned}\Delta p &= \int_{-\infty}^{\infty} F_0 \exp(-t^2/\tau^2) dt \\ &= F_0 \tau \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx \\ &= F_0 \tau \sqrt{\pi},\end{aligned}$$

der vi har substituert $x = t/\tau$ for å få integralet på eksakt samme form som oppgitt i oppgaven. (Da er $dt = \tau dx$.) Dermed er

$$F_0 = \frac{\Delta p}{\tau \sqrt{\pi}} = \frac{0.108}{0.001 \cdot \sqrt{\pi}} \simeq 61 \text{ N}.$$

Tok du denne på strak arm og under 5 minutter, kan du være fornøyd med deg selv. (I motsatt fall – ingen grunn til å fortvile.) Riktig svar: A.

Oppgave 5

Friksjonskraften fra underlaget på klossen er $f = \mu N = \mu mg$. Klossen stopper når absoluttverdien av friksjonsarbeidet utført på klossen er lik klossens opprinnelige kinetiske energi. Dermed: $W_f = \mu mgx = mv^2/2$, som betyr at klossen glir en lengde $x = v^2/2\mu g$. (Kun alternativ A har en rimelig avhengighet av hastigheten v .) Riktig svar: A.

Oppgave 6

Avstanden fra deg til massesenteret er i utgangspunktet lik 1/6 av båtens lengde, dvs 1 m fra deg. Uten ytre krefter blir dette massesenteret liggende i ro, sett utenfra, for eksempel av en som står på land. Hvis du, med dine 80 kg, flytter deg en lengde x i en retning, må båten, med sine 40 kg, flytte seg en lengde $2x$ i motsatt retning. Din forflytning relativt båten er da $3x$, og når du er i motsatt ende av båten, blir $3x = 6$ m, dvs $x = 2$ m. Følgelig har båten nå flyttet seg $2x = 4$ m. Båten stopper straks du stopper. Riktig svar: C.

Oppgave 7

Her kan vi for eksempel legge oksygenatomet i origo og massesenteret (CM) på y -aksen. Da er

$$Y_{\text{CM}} = \frac{2md \cos \alpha}{2m + M} = \frac{2 \cdot 0.96 \cos 52.5^\circ}{18} \text{ \AA} \simeq 0.065 \text{ \AA} = 6.5 \text{ pm}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 8

Massetettheten øker lineært fra null til λ_0 over lengde L , så stangas totale masse må være $M = \lambda_0 L/2$. En liten bit av stanga, i posisjon x og med lengde dx har masse $dm = \lambda(x)dx = \lambda_0 x dx/L$. Massesenteret er da i posisjon

$$X_{\text{CM}} = \frac{2}{\lambda_0 L^2} \int_0^L \lambda_0 x^2 dx = \frac{2}{3} L.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 9

Massesenteret til hver "delstang" ligger på midten, så med venstre ende i origo kan vi regne som om det ligger 1 kg i $x = 0.5$, 2 kg i $x = 1.5$, 3 kg i $x = 2.5$ og 4 kg i $x = 3.5$. Dermed:

$$X_{\text{CM}} = \frac{0.5 + 3 + 7.5 + 14}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{25}{10} = 2.5,$$

dvs meter. Riktig svar: C.

Oppgave 10

$$U(r) = - \int_R^r \frac{-mMG}{r^2} dr = \left|_R^r \frac{-mMG}{r} = mMG \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 11

CM er i origo ved $t = 0$. $1/3$ av den totale massen beveger seg deretter med hastighet V i positiv x -retning. Ved tidspunktet T er derfor $X_{\text{CM}} = VT/3$. Riktig svar: B.

Oppgave 12

Hvis kraften F virker på et system med masse $3M$, blir akselerasjonen til CM konstant og lik $F/3M$. Dermed blir hastigheten til CM ved tidspunktet T lik $FT/3M$. Riktig svar: B.

Oppgave 13

Hvis kraften F virker på et system med masse $3M$, blir akselerasjonen til CM konstant og lik $F/3M$. Dermed blir hastigheten til CM ved tidspunktet T lik $FT/3M$. Riktig svar: B.

Oppgave 14

Alle fire punktmasser er i "kvadrert avstand" $\rho^2 = L^2/2$ fra aksen. Dermed:

$$I_0 = 4M\rho^2 = 2ML^2.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 15

Med I_0 fra forrige oppgave og Steiners sats: $I = I_0 + 4M(L/2)^2 = 3ML^2$. Riktig svar: C.

Oppgave 16

Med I_0 fra forrige oppgave og Steiners sats: $I = I_0 + 4M(L/\sqrt{2})^2 = 4ML^2$. Dermed: $K = I\omega^2/2 = 2ML^2\omega^2$. Riktig svar: B.