

TFY4104/TFY4125 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 7.

Oppgave 1

a) **C**

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = m\mathbf{a}$$

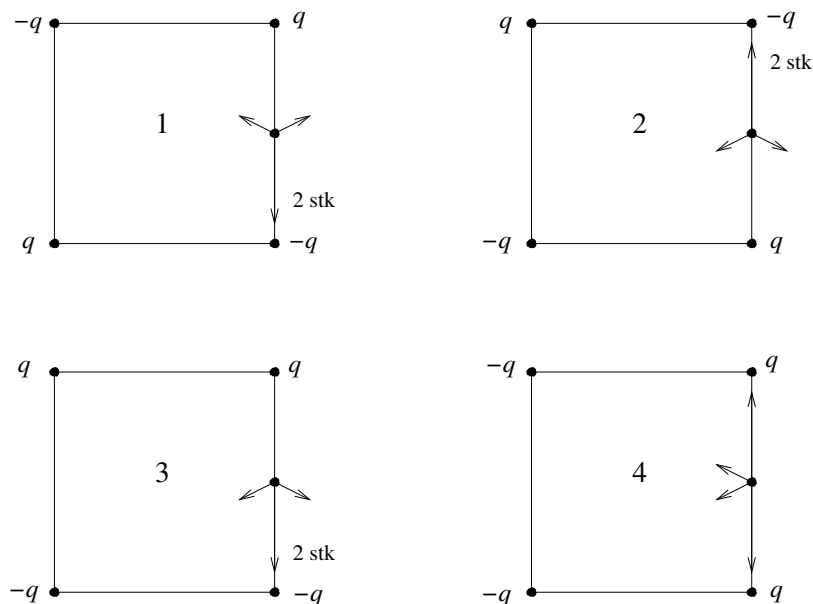
Newtons 2. lov. Her er $q = -e$, så elektronets akselerasjon blir

$$\mathbf{a} = -\frac{e}{m}\mathbf{E}$$

altså mot venstre.

b) **C**

Totalt elektrisk felt i P er vektorsummen av bidragene fra de fire punktladningene. Konfigurasjonen i figur 3 gir den største feltstyrken. (Ingen feltbidrag har her komponent oppover.)



c) Kreftene fra ladningene i B og C er like store og motsatt rettet og gir derfor null netto bidrag. Kraften fra ladningen i A peker langs OD . (Vektor-)Summen av kreftene fra de to ladningene midt på CD og BD må peke langs OA . I absoluttverdi må hver av disse være nøyaktig dobbelt så store som kraften fra ladningen i A , ettersom avstanden OA er $\sqrt{2}$ ganger så stor som avstanden fra O ut til de to midtpunktene. I absoluttverdi er vektorsummen av kreftene fra de to ladningene midt på CD og BD en faktor $\sqrt{2}$ større enn lengden av hver av dem. Følgelig er denne vektorsummen også større enn kraften fra ladningen i A . Dermed må totalkraften peke langs OA .

d) Newtons 3. lov: Kraft og motkraft er motsatt rettet og like store i absoluttverdi.

Oppgave 2

a) Når $a \gg R_0$, kunne en i første omgang tenke seg å erstatte $\sqrt{a^2 + R_0^2}$ med a . Da får vi imidlertid bare den "trivielle" løsningen $E_z = 0$, mens vi er interessert i det dominerende ikke-forsvinnende bidraget til E_z . Det betyr at vi må rekkeutvikle $\sqrt{a^2 + R_0^2}$ og ta med så mange ledd at vi alt i alt ender opp med noe som er forskjellig fra null:

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{a}{a\sqrt{1 + \frac{R_0^2}{a^2}}} \right) \\ &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \left(1 - \frac{R_0^2}{2a^2} + \dots \right) \right) \\ &\simeq \frac{\sigma R_0^2}{4\varepsilon_0 a^2} \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \end{aligned}$$

Her har vi brukt tilnærmelsen som var gitt i oppgaveteksten, $(1 + \alpha)^{-1/2} \simeq 1 - \alpha/2$, med $\alpha = R_0^2/a^2 \ll 1$. Dette er feltet i avstand a fra en punktladning $Q = \sigma A$, der $A = \pi R_0^2$ er arealet av sirkelskiva. Som forventet: Er vi tilstrekkelig langt borte, ser vi ikke forskjell på ei ladet skive og en punktladning.

b) I den motsatte grensen, $R_0 \gg a$, kan vi neglisjere leddet $a/\sqrt{a^2 + R_0^2}$ i forhold til 1. Vi får da

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Altså et uniformt elektrisk felt som verken avhenger av avstanden a eller skivas utstrekning R_0 . Dermed må dette være feltet utenfor et *uendelig stort plan* med ladningstetthet σ . Det er kanskje ikke umiddelbart opplagt at feltet da blir *uavhengig av avstanden* til planet, men slik er det altså! Selv om vi i praksis ikke har uendelig store flater til rådighet, er dette et viktig resultat: Med et stort ladet plan genererer vi et tilnærmet uniformt elektrisk felt i nærheten av planet, så lenge vi ikke kommer for nær planets ytterkanter. Vi skal bruke dette resultatet flere ganger senere, ikke minst i tilknytning til kondensatorer.

c) Feltstyrken avtar med kvadratet av avstanden. Når avstanden øker fra 1 m til 5 m, avtar feltstyrken med en faktor 25. Dermed $250/25 \text{ kN/C} = 10 \text{ kN/C}$.