

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i TFY4106 Fysikk

Faglig kontakt under eksamen: Prof Bjørn Torger Stokke
Tlf.: 924 920 27

Eksamensdato: 09.08.2014 (Kontinuasjonseksamen)

Eksamenstid (fra-til): 09.00 – 13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til NTNU liste

K. Rottmann: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver)

Annen informasjon:

Målform/språk: Norsk og nynorsk

Antall sider: 7 (+ 1 forside)

Antall sider vedlegg: 2

Vedlegg: Formelliste for TFY4106 Fysikk, høsten 2013

Kontrollert av:


Dato Sign

NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Bjørn Torger Stokke

Tlf: 924 920 27

**KONTIUNEASJONS EKSAMEN I EMNE
TFY 4106 FYSIKK**

Lørdag 9 august 2014

Tid: kl. 0900 – 1300.

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til NTNU liste

K. Rottmann: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver)

Dette oppgavesettet er på 7 sider, bokmål versjon side 2-4, nynorsk versjon side 5-7

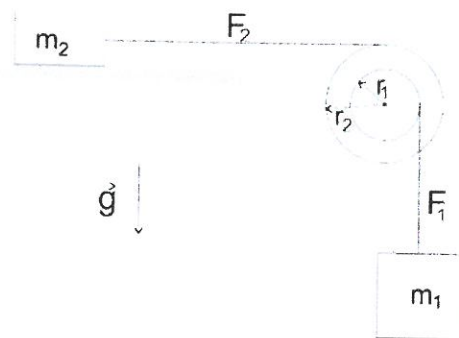
Vedlegg: Formelliste for TFY4106 Fysikk, høsten 2013

Sensurfrist: 30 august 2014

(Hver av oppgavene 1, 2 og 3 teller like mye.)

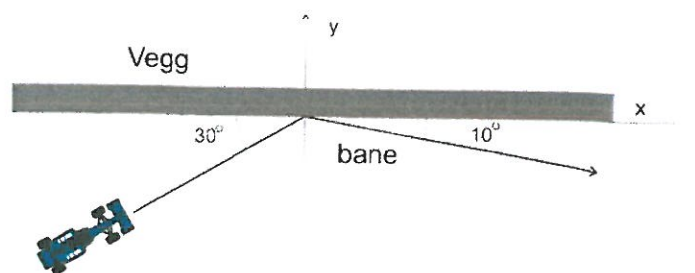
OPPGAVE 1 Mekanikk

- a) Et mekanisk system består av massene m_1 og m_2 festet med tau til en trinse på steder med ulik radius (Figur 1). Massen m_1 henger i et tau som går over trinsen hvor radius er r_1 . Massen m_2 ligger på et horisontalt bord og festet med et tau til samme trinse på et sted der radius er r_2 . Massen m_2 holdes først fast slik at systemet er i ro. Hva blir strekkene (kreftene) i tauene som forbinder massene til trinsen? Massen m_2 frigjøres, og den vil begynne å bevege seg på grunn av massen m_1 begynner å falle. Hva blir vinkelaksellerasjonen α til trinsen? Angi treghetsmomentet til trinsa som I , og legg til grunn at m_2 glir friksjonsfritt på bordet, og at det ikke er noe friksjon ved rotasjon av trinsa.



Figur 1. Skjematisk skisse av to masser koblet sammen ved trinse

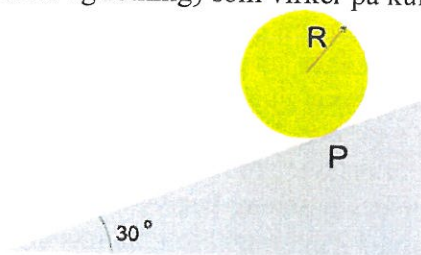
- b) Figur 2 viser en skisse av banen til en racerbil som kolliderer med vegg på en racerbane. Rett før kollisjonen er hastigheten til racerbilen $v_i = 70$ m/s langs en rett linje med en vinkel 30° med sideveggen.



Figur 2. Skisse av bane til racerbil som kolliderer med vegg.

- Rett etter kollisjonen har racerbilen en hastighet $v_f = 50$ m/s langs en rettlinjert bane med en vinkel på 10° med sideveggen. Føreren har en masse på 80 kg, og vi antar at han er fastspent i samme posisjon i racerbilen før, gjennom og etter kollisjonen. Beregn impulsen på føreren ved kollisjonen. Anta at kollisjonen varer i 14 ms og beregn midlere kraft på føreren ved kollisjonen ($\vec{I} = \int \vec{F}(t) dt$).
- c) En kule med homogen massetetthet, total masse 6 kg og radius R ruller ned et skråplan med vinkel på 30° i forhold til horisontal retning (Figur 3). Tyngdekraften virker i vertikal retning. Kula er ved startposisjon i ro med kontaktpunkt P en høyde $h = 1.2$ m over bunnen av skråplanet. Kula ruller uten å skli ned skråplanet. Beregn hastigheten til kula når den har nådd bunnen av skråplanet. Tegn opp kraftdiagram som viser kreftene

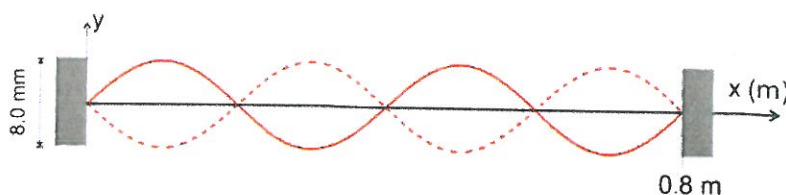
som virker på kula når den ruller ned skråplanet. Beregn akselerasjonen til kula og friksjonskraften (størrelse og retning) som virker på kula når den ruller ned skråplanet.



Figur 3. Skjematisk skisse av kule på skråplan.

OPPGAVE 2 Svingninger og bølger

- a) Figur 4 illustrerer en stående, transversal bølge på en streng med totalmasse $m=2.5\text{ g}$ som er spent opp med en lengde $L = 0.8\text{ m}$. Strekkraften er 325 N .



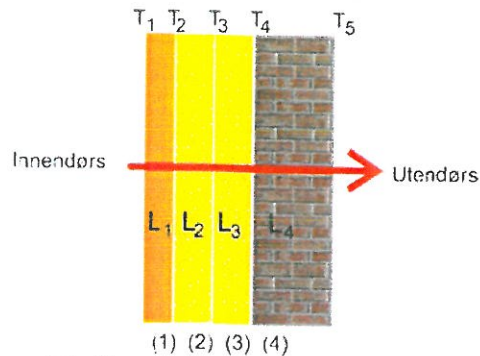
Figur 4. Skjematisk skisse av stående transversal bølge på oppspent streng

Beregn bølgelengden til den stående bølgen som viser bølgemønsteret illustrert i figur 4. Hva er den overharmoniske orden og frekvens til den illustrerte transversale bølgen? Beregn maksimal transversal hastighet til strengelementet som svinger ved x-koordinat verdi $x=0.180\text{ m}$.

- b) Flaggermus navigerer og jakter på bytte ved å detektere reflekterte lydbølger de sender ut. Anta at en flaggermus sender ut en lydbølge med frekvensen 82.52 kHz når den flyr med en hastighet $\vec{v}_f = (9.0\text{ m/s})\vec{i}$ (indeks f på hastighet angir flaggermus) under jakten på en nattsommerfugl som flyr med hastighet $\vec{v}_s = (8.0\text{ m/s})\vec{i}$ (indeks s på hastighet angir sommerfugl). Hvilken frekvens hører sommerfuglen? Hvilken frekvens detekterer flaggermusen fra bølgen som reflekteres fra nattsommerfuglen?
- c) En masse $m=0.68\text{ kg}$ på et horisontalt bord uten friksjon er festet med en fjær til en vertikal vegg. Fjærkonstant til denne fjæren er 65 N/m . Massen trekkes ut $x=11\text{ cm}$ fra sin likevektsposisjon ($x=0$) og slippes ved tiden $t=0$. Beregn vinkelfrekvens, frekvens og periode til massens bevegelse. Beregn maksimal akselerasjon til massen og angi hvor dette forekommer.

OPPGAVE 3 Termodynamikk

- a) Figur 5 viser en skisse av tverrsnittet av en vegg som er laget av furu med tykkelse L_1 og murstein med tykkelse $L_4 = 2L_1$. Mellom disse lagene er det to lag av ukjent materiale, men de har samme tykkelse ($L_2 = L_3$) og samme varmeledningsevne ($\lambda_2 = \lambda_3$). Varmeledningsevnen til murstein (λ_4) er fem ganger større enn for furu (λ_1), dvs. $\lambda_4 = 5\lambda_1$. Av temperaturene på grenseflatene mellom de ulike materialene (T_1, T_2, T_3, T_4 og T_5) er innendørstemperaturen på furu kjent, $T_1 = 25^\circ\text{C}$, grenseflatetemperatur $T_2 = 20^\circ\text{C}$, og utendørstemperaturen er $T_5 = -10^\circ\text{C}$. Anta samme varmetransport gjennom de ulike lagene i vegg og beregn grenseflatetemperaturen T_4 .

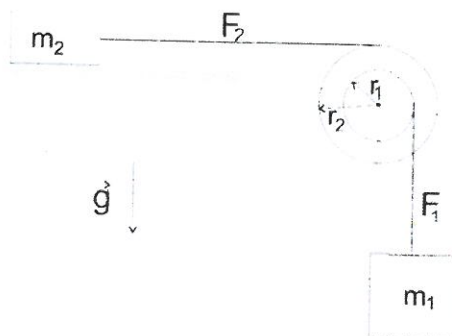


Figur 5. Skjematisk illustrasjon av varmetransport gjennom vegg med flere lag.

- b) Vi skal sammenligne adiabatisk og isoterm ekspansjon av oksygen. Vi antar at oksygen er en ideell gass og vi ser på en gassmengde som ved starttilstanden har et volum på 12 liter, temperatur på 37°C og et trykk på 2 Pa. Denne gassen ekspanderer til et volum på 19 liter. Oksygen er en toatomig gass (O_2) og det antas at translasjon og vibrasjon bidrar til varmekapasiteten (C_v for O_2 er $\frac{5}{2}R$, hvor R er den molare gasskonstanten). Beregn temperaturen etter ekspansjon til 19 liter av denne gassen ved en adiabatisk prosess. Beregn temperatur og trykk etter ekspansjon til 19 liter av denne gassen ved en isoterm prosess.
- c) En varmekraftmaskin med virkningsgrad 0.35 arbeider mellom to varmereservoar. Temperaturen på varmereservoaret med høy temperatur er 600°C , og varmereservoaret med lav temperatur har temperaturen 60°C . Beregn total endring i entropi i reservoarene når varmekraftmaskinen har utført arbeidet $W = 4.0 \cdot 10^4 \text{ kJ}$ etter et helt antall omløp.

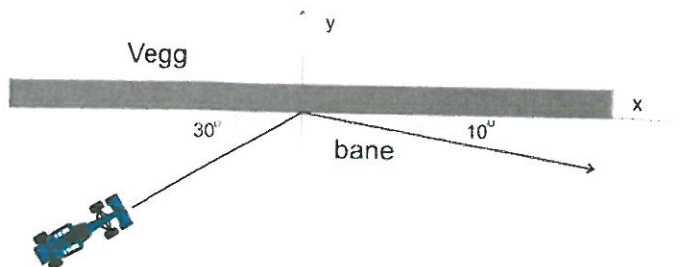
OPPGÅVE 1 Mekanikk

- a) Eit mekanisk system består av massene m_1 og m_2 festa med tau til ei trinse på stader med ulik radius (Figur 1). Massen m_1 henger i eit tau som går over trinsa hvor radius er r_1 . Massen m_2 ligger på eit horisontalt bord og festa med tau til same trinse på ein stad med radius r_2 . Massen m_2 holdes først fast slik at systemet er i ro. Kva blir strekka (kreftene) i taua som forbinder massene til trinsa? Massen m_2 frigjerast, og den byrjar å bevege seg på grunn av massen m_1 byrjar å falle. Kva blir vinkelaksellerasjonen α til trinsa? Angi tregleiksmomentet til trinsa som I , og legg til grunn at m_2 glir friksjonsfritt på bordet, og at det ikkje er friksjon ved rotasjon av trinsa.



Figur 1. Skjematisk skisse av to masser koblet sammen ved trinse

- b) Figur 2 viser ei skisse av banen til ein racerbil som kolliderer med vegg på ein racerbane. Rett før kollisjonen er hastigheten til racerbilen $v_i = 70$ m/s langs ei rett line med ein vinkel 30° med sideveggen.

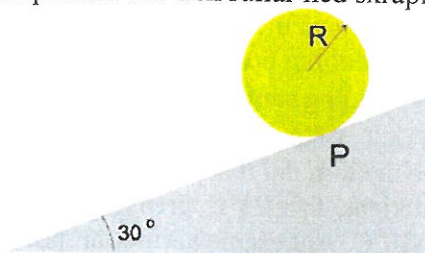


Figur 2. Skisse av bane til racerbil som kolliderer med vegg.

Rett etter kollisjonen har racerbilen ein hastighet $v_f = 50$ m/s langs ein rettlinjet bane med ein vinkel på 10° med sideveggen. Føraren har ei masse på 80 kg, og vi antar at han er spent fast i same posisjon i racerbilen før, gjennom og etter kollisjonen. Rekn ut impulsens på føraren ved kollisjonen. Legg til grunn at kollisjonen varer i 14 ms og rekn ut midlere kraft på føraren ved kollisjonen ($\vec{I} = \int \vec{F}(t) dt$).

- c) Ei kule med homogen massetetthet, total masse 6 kg og radius R ruller ned eit skråplan med vinkel på 30° i forhold til horisontal retning (Figur 3). Tyngdekraften er i vertikal retning. Kula er ved startposisjon i ro med kontaktpunkt P ein høgde $h = 1.2$ m over botn av skråplanet. Kula ruller utan å skli ned skråplanet. Rekn ut hastigheita til kula når den har kome til botn av skråplanet. Tekne opp kraftdiagram med kraftene som verkar på kula

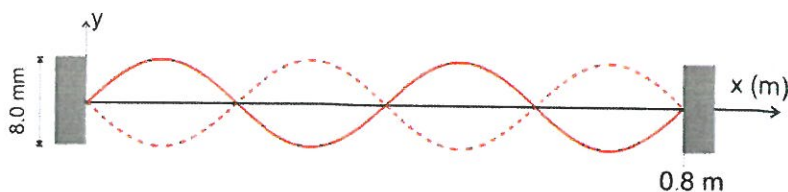
når den ruller ned skråplanet. Rekn ut akselerasjonen til kula og friksjonskrafta (størrelse og retning) som verkar på kula når den rullar ned skråplanet.



Figur 3. Skjematisk skisse av kule på skråplan.

OPPGÅVE 2 Svingninger og bølger

- a) Figur 4 viser ei stående, transversal bølge på ein streng med totalmasse $m=2.5\text{ g}$ som er spent opp med ein lengde $L = 0.8\text{ m}$. Strekkrafta er 325 N .



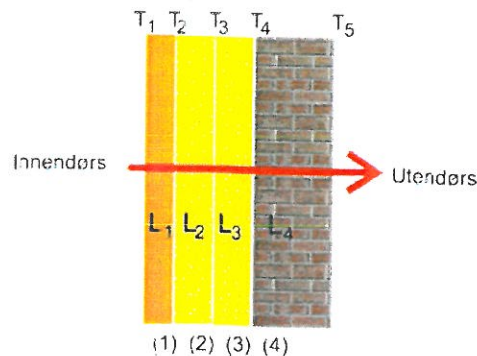
Figur 4. Skjematisk skisse av stående transversal bølge på oppspent streng

Rekn ut bølgelengda til den stående bølga som viser bølgemønsteret illustrert i figur 4. Kva er den overharmoniske orden og frekvens til den illustrerte transversale bølga? Rekn ut maksimal transversal hastighet til strengelementet som svingar ved x -koordinat verdi $x=0.180\text{ m}$.

- b) Flaggermus navigerer og jakter på bytte ved å detektere reflekterte lydbølger dei sender ut. Anta at ei flaggermus sender ut ei lydbølge med frekvensen 82.52 kHz når den flyr med ein hastighet $\vec{v}_f = (9.0\text{ m/s})\vec{i}$ (indeks f på hastighet angir flaggermus) under jakten på ein nattsommerfugl som flyr med hastighet $\vec{v}_s = (8.0\text{ m/s})\vec{i}$ (indeks s på hastighet angir sommerfugl). Kva for frekvens hører sommerfuglen? Kva for frekvens detekterer flaggermusen fra bølga som reflekteres fra nattsommerfuglen?
- c) Ei masse $m=0.68\text{ kg}$ på et horisontalt bord uten friksjon er festa med ei fjør til ein vertikal vegg. Fjorkonstanten til denne fjøra er 65 N/m . Massen trekkes ut $x=11\text{ cm}$ fra sin likevektsposisjon ($x=0$) og slippes ved tiden $t=0$. Rekn ut vinkelfrekvens, frekvens og periode til massens bevegelse. Rekn ut maksimal akselerasjon til massen og angi kor dette forekommer.

OPPGÅVE 3 Termodynamikk

- a) Figur 5 viser ei skisse av tverrsnittet av ein vegg laga av furu med tjukkleik L_1 og murstein med tjukkleik $L_4 = 2L_1$. Mellom desse laga er det to lag av ukjent materiale, men dei har same tjukkleik ($L_2 = L_3$) og same varmeleiingsevne ($\lambda_2 = \lambda_3$). Varmeleiingsevna til murstein (λ_4) er fem gangar større enn for furu (λ_1), dvs. $\lambda_4 = 5\lambda_1$. Av temperaturane på grenseflatene mellom dei ulike materiala (T_1, T_2, T_3, T_4 og T_5) er innendørstemperaturen på furu kjent, $T_1 = 25^\circ\text{C}$, grenseflatetemperatur $T_2 = 20^\circ\text{C}$, og utendørstemperaturen er $T_5 = -10^\circ\text{C}$. Anta same varmetransport gjennom dei ulike laga i vegg og rekn ut grenseflatetemperaturen T_4 .



Figur 5. Skjematisk illustrasjon av varmetransport gjennom vegg med fleire lag.

- b) Vi skal samanlikne adiabatisk og isoterm ekspansjon av oksygen. Vi antar at oksygen er ein ideell gass, og vi ser på ei mengde med gass som har ei starttilstand med volum på 12 liter, temperatur på 37°C og et trykk på 2 Pa. Denne gassen ekspanderer til eit volum på 19 liter. Oksygen er en toatomig gass (O_2) og det antas at translasjon og vibrasjon bidrar til varmekapasiteten (C_v for O_2 er $\frac{5}{2}R$, der R er den molare gasskonstanten). Rekn ut temperaturen etter ekspansjon til 19 liter av denne gassen ved ein adiabatisk prosess. Rekn ut temperatur og trykk etter ekspansjon til 19 liter av denne gassen ved ein isoterm prosess.
- c) Ein varmekraftmaskin med verkningsgrad 0.35 arbeider mellom to varmereservoar. Temperaturen på varmereservoaret med høy temperatur er 600°C , og varmereservoaret med lav temperatur har temperaturen 60°C . Rekn ut total endring i entropi i reservoara når varmekraftmaskinen har utført arbeidet $W = 4.0 \cdot 10^4$ kJ etter eit helt antall omløp.

Formelliste for faget TFY4106 Fysikk høsten 2013

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent.
Symbolbruk er for det meste som i forelesninger og kompendium.

Fysiske konstanter:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Elementær mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{med } \vec{p}(\vec{r}, t) = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad V(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \quad E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \vec{F}_f = -k_f \vec{v}$$

$$\text{Dreiemoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad dW = |\vec{\tau}| d\alpha \quad \text{Statisk likevekt: } \sum \vec{F}_i = \vec{0} \quad \sum \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{R}_M = \frac{m_A}{M} \vec{r}_A + \frac{m_B}{M} \vec{r}_B \quad \text{Relativ koordinat: } \vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$

$$\text{Elastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant} \quad W_k = \text{konstant} \quad \text{Uelastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet } \vec{\omega} = \omega \hat{e}_z \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta} \quad \text{Vinkelakselerasjon } \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{der treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I_T = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{Ring: } I_T = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I_T = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I_T = \frac{2}{3} MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I_T = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellaksesteoremet: } I = I_T + MR_T^2$$

$$\text{Dreieimpuls (rotasjonsmengde) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Hookes lov: } F = -kx \quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad T = \mu\gamma = \mu \frac{\Delta x}{y} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \tau = \frac{\pi}{32} \mu \frac{D^4}{\ell} \theta$$

$$\text{Skjærspenning og viskositet: } T = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{b}$$

Svingninger og bølger:

$$\text{Udempet svingning: } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \quad \text{eller } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\text{Dempet svingning: } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{b}{m}$$

$$\delta < \omega_0 \quad \text{Underkritisk dempet: } x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0) \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\delta > \omega_0 \quad \text{Overkritisk dempet: } x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t} \quad \alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t \quad \text{når } t \text{ er stor: } x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi), \text{ der } x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

$$\text{Bølger: } \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad y(x, t) = f(x \pm vt) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx \pm \omega t)$$

$$v = \pm \frac{\omega}{k} \quad |v| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{Streng: } v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{hvor } T = \frac{F}{A} \quad \text{og } \mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$$

$$\text{Lydbølger: } \xi(x, t) = \xi_0 \cos(kx \pm \omega t) \quad p_{\text{lyd}} = k v^2 \rho \xi_0 \quad \text{Luft: } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}} \quad \text{Fast stoff: } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_0^2 \quad I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \xi_0^2 \quad I = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho v} = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\sqrt{\rho B}}$$

$$\beta(\text{i dB}) = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{min}}} \quad \text{der } I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\text{Stående bølger: } y(t) = \frac{1}{2} y_0 \cos[kx + \omega t] + \frac{1}{2} y_0 \cos[kx - \omega t] \quad L = n \frac{\lambda}{2} \quad f_n = n \frac{v}{2L}$$

Termisk fysikk:

$$n_M \text{ (iblant også } n) = \text{antall mol} \quad N = \text{antall molekyler} \quad n = N/V \quad n_f = \text{antall frihetsgrader}$$

$$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT} \quad \Delta U = Q - W \quad C = \frac{Q}{\Delta T} = mc = n_M c' = N c_m$$

$$\text{Varmetransport: } j_Q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad j = \sigma T^4 \quad j = e \sigma T^4 \quad j_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$$pV = n_M R T \quad pV = N \frac{2}{3} E \quad E = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \quad \text{van der Waals: } \left(p + \frac{a}{v_M^2}\right)(v_M - b) = RT$$

$$c'_V = \frac{1}{2} n_f R \quad c'_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = c'_V + R \quad \Delta W = p \Delta V \quad W = \int_1^2 p dV \quad dU = C_V \cdot dT$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f} \quad pV^\gamma = \text{konstant} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konstant} \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konstant} \quad v_{\text{lyd}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

$$\text{Molekylære kollisjoner: } \sigma = \pi d^2 \quad \ell_0 = \frac{1}{n\sigma} \quad \tau = \frac{1}{nv\sigma}$$

$$\text{Effektivitet (virkningsgrad/kjølefaktor): } e = \frac{W}{Q_H} \xrightarrow{\text{Carnot}} 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad \text{Otto: } e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$$K = \left| \frac{Q_L}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad \epsilon = \left| \frac{Q_H}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad \text{Clausius: } \sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0 \quad \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

$$\text{Entropi: } dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad \Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad S = k_B \ln w.$$