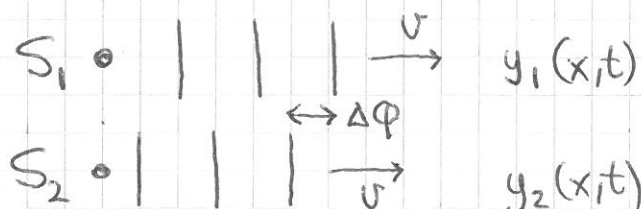


Interferens [YF 15.6, 16.6; LL 10.7]

(89)

= overlapping (sum!) av to eller flere bølger på samme sted til samme tid

1) Samme retning og frekvens, ulik fase



• $y(x,t) = ?$

Total bølge ved 0:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_0 \cos(kx - \omega t) + y_0 \cos(kx - \omega t + \Delta\phi)$$

$$\text{Bruker } \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\Rightarrow y(x,t) = 2y_0 \cos \frac{\Delta\phi}{2} \cdot \cos(kx - \omega t + \frac{\Delta\phi}{2})$$

$\Rightarrow$ Konstruktiv interferens hvis $\Delta\phi = 0$, dvs y_1 og y_2 i fase ved 0.

Hvis en bølge gir ^{intensitet} I_1 ved 0, vil to bølger i fase gi $I_2 = 4I_1$

Destruktiv interferens hvis $\Delta\phi = \pi$, dvs y_1 og y_2 i motfase ved 0.

Da blir $I_2 = 0$ ved 0.

2) Retningsavhengig interferens med 2(eller flere)kilder i fase



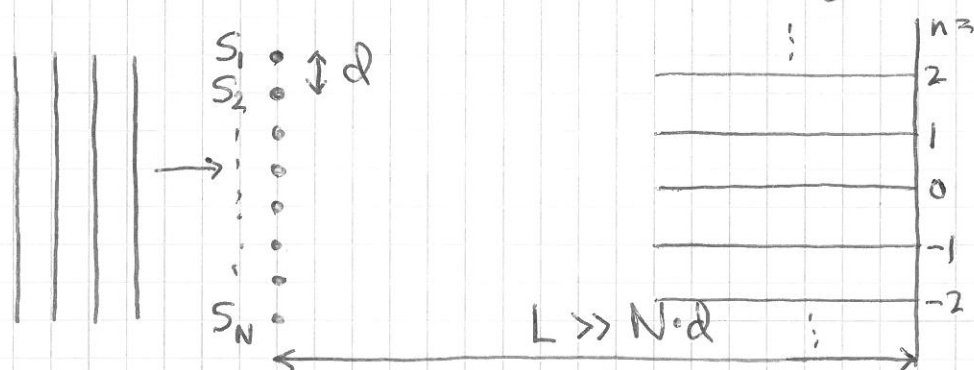
$d = \text{avstand mellom kildene}$

Antar at y_1 og y_2 observeres på skjerm/detektor i avstand $L \gg d$ fra kildene.

(90)

Konstruktiv interferens når $\Delta r = d \sin \theta = n \cdot \lambda$
Destruktiv " " " " $\Delta r = d \sin \theta = (n + 1/2) \lambda$ } $n = 0, \pm 1, \dots$

3) Samme som 2), men med mange bølgekilder i fase. Oppnås med diffraksjonsgitter: Mange smale spalteåpninger med avstand d i mellom. Plan bølge inn fra venstre:



Med retninger som oppfyller $d \sin \theta = n \lambda$ fås konstruktiv interferens mellom alle N delbølger. Alle andre retninger gir intensitet $\approx$ null.

Demo: Laserpenner + diffraksjonsgitter.

Laserlys er E.M. bølge med skarpt definert bølgelengde λ .

Rød: 650 nm Grønn: 532 nm Blå: 405 nm

Gitter: 100, 300 og 600 spalter pr mm

$\Rightarrow d = \frac{1}{100} \text{ mm osv.}$

4) Svevning - "Interferens i tid" (91)
 [YF 16.7; LL 10.7]

To lydkilder med ~~litt~~ forskjellig frekvens:

$S_1 \cdot \quad | \quad | \quad | \rightarrow \xi_1 = \xi_0 \cos(k_1 x - \omega_1 t) \quad x=0$

$S_2 \cdot \quad | \quad | \quad | \rightarrow \xi_2 = \xi_0 \cos(k_2 x - \omega_2 t) \quad \xi(0, t) = ?$

$\lambda_2 \sim \lambda_1$

(din trommehinne!)

$$\Rightarrow \xi(x, t) = 2\xi_0 \cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta \omega}{2}t\right) \cdot \cos(kx - \omega t)$$

der $\Delta k = k_1 - k_2$, $\Delta \omega = \omega_1 - \omega_2$, $k = \frac{k_1 + k_2}{2}$, $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$,

og vi antar $\Delta k \ll k$, $\Delta \omega \ll \omega$

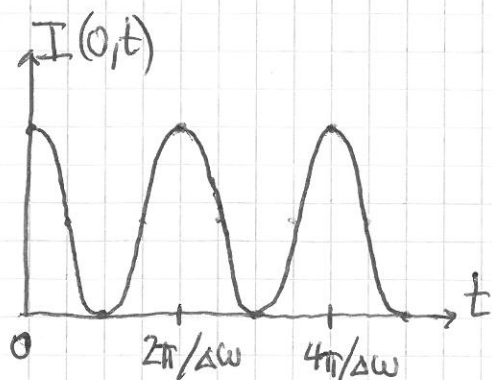
Ved $x=0$: $\xi(0, t) = 2\xi_0 \cos \frac{\Delta \omega}{2}t \cdot \cos \omega t$

Intensitet ved $x=0$:

$$I(0, t) = \langle \epsilon \rangle \cdot v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 (2\xi_0)^2 v \cdot \cos^2\left(\frac{\Delta \omega}{2}t\right)$$

$$= \rho \omega^2 \xi_0^2 v \{ 1 + \cos(\Delta \omega \cdot t) \}$$

der $\langle \epsilon \rangle$ er tidsmiddel over en periode $T = 2\pi/\omega$ av den raske svingningen (den som gir tonen)



$\Rightarrow$ Vi hører tonen $f = \frac{f_1 + f_2}{2}$, med modulert intensitet ("svevning", "beats") med svevefrekvens

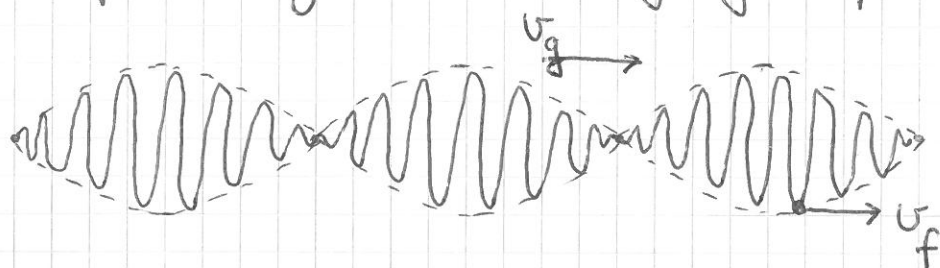
$$\underline{f_s} = \frac{1}{T_s} = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} = \underline{f_1 - f_2}$$

Grppehastighet og dispersjon

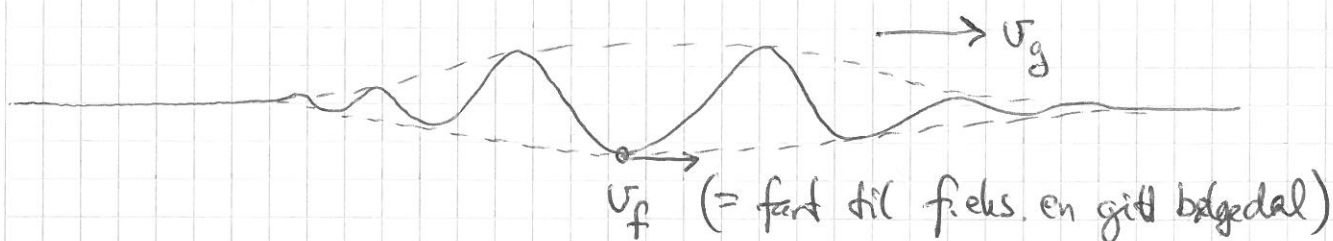
(92)

Sum av ξ_1 og ξ_2 p. s. 91 utgjør bølgepakke med raskt varierende bærebølge $\cos(kx - \omega t)$ med hastighet $v = \omega/k = v_f =$ fasehastigheten, og en langsomt varierende modulasjonsbølge $\cos(\frac{1}{2}\Delta kx - \frac{1}{2}\Delta\omega t)$ med hastighet $\Delta\omega/\Delta k$. Med små $\Delta\omega$ og Δk blir dette

$v_g = \frac{d\omega}{dk} =$ grppehastigheten,
dvs felleshastigheten til bølgetopp/-pakken/-gruppen.



En sum av mange harmoniske delbølger med bølglengder omkring en "typisk" bølglengde λ kan gi totalt sett en romlig avgrenset bølgepakke:



- Energien forplanter seg nå med farten $v_g = d\omega/dk$
- Dispersjonsrelasjonen $\omega(k)$ bestemmer v_g
- Bølger på streng og lydbølger i fluid har fasefart uavh. av k (hvor $v_f = \sqrt{S/\mu}$ og $v_f = \sqrt{B/\rho}$).

Da er $\omega = v_f k$, og $v_g = d\omega/dk = v_f$ (linear dispersjon).

Overflatebølger på vann (Video på hjemmesida!)

(93)

To typer krefter påvirker "overflatens dynamikk":

Tyngdekraften og overflatespenningen. Dette gir (på dypt vann):

$$\omega(k) = \sqrt{g \cdot k + \delta' k^3 / \rho} ; \text{ med } g = 9.81 \text{ m/s}^2, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \\ \text{og } \delta' = 0.073 \text{ N/m (} = \text{overflatespenningen).}$$

Tyngdebølger: $gk \gg \delta' k^3 / \rho$. Kapillarbølger: $gk \ll \delta' k^3 / \rho$

$$\text{Like viktige når } gk = \delta' k^3 / \rho \Rightarrow \lambda = 2\pi \sqrt{\delta' / g\rho} \approx \underline{1.7 \text{ cm}}$$

Generelt, for tyngdebølger; $D = \text{vanndybden}$:

$$\omega^2(k) = gk \tanh(kD)$$

Eks: Tyngdebølger på dypt vann.

$$\omega \approx \sqrt{gk} \Rightarrow v_f = \sqrt{g/k}, \quad v_g = \frac{1}{2} \sqrt{g/k} = \frac{1}{2} v_f$$

$\Rightarrow$ Bølgetopper spaserer framover i bølgetoget!

Kapillarbølger.

$$\omega = \sqrt{\delta' k^3 / \rho} \Rightarrow v_f = \sqrt{\delta' k / \rho}, \quad v_g = \frac{3}{2} v_f$$

$\Rightarrow$ Bølgetopper spaserer bakover i bølgetoget!

Tyngdebølger på grunt vann ($\tanh x \approx x$ når $|x| \ll 1$)

$$\omega^2 = gDk^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{gD} \cdot k \Rightarrow v_g = v_f = \sqrt{gD} \quad \left(\begin{array}{l} \text{H} \\ \text{Tsunami} \end{array} \right)$$