

Løsning øving 2.

Oppgave 1.

I den beskrevne modellen foregår bevegelsen i et plan, dvs. at modellen er to-dimensjonal. Men bevegelsen til de to massene er hver for seg endimensjonal og kan beskrives ved parametrene

$x = x(t)$ = posisjonen til masse m_1 i x -retning.

$y = y(t)$ = posisjonen til masse m_2 i y -retning.

Med $x = 0$ og $y = h$ i startposisjonen har en så sammenhengen $x = h - y$ før massen m_2 treffer gulvet. For å løse oppgaven kan en benytte energibevarelse.

Fram til masse m_2 har truffet gulvet ($y \in [0, h]$) har klossene samme hastighet og følgende energikonserveringslikning er gyldig

$V(y = h) = W_f(x) + W_{\text{kin}}(y)$, hvor

Potensiell energi $V(y) = m_2 g y$

Arbeid mot friksjon $W_f(x) = F_f x = (\mu m_1 g) x$

Kinetisk energi $W_{\text{kin}}(y) = (1/2)(m_1 + m_2) v_A^2(y)$.

Bruk av denne likninga for $y = 0$, dvs. i det masse m_2 treffer gulvet gir at

$x = h - y = h$ og $V(y = h) = W_f(x = h) + W_{\text{kin}}(y = 0) \Rightarrow$

$v_A^2(y = 0) = 2W_{\text{kin}}/(m_1 + m_2) = 2(V - W_f)/(m_1 + m_2)$

$v_A^2(y = 0) = 2gh(m_2 - \mu m_1)/(m_1 + m_2)$

$$v_A(y = 0) = \sqrt{2gh} \sqrt{(m_2 - \mu m_1)/(m_1 + m_2)}. \quad (1)$$

Kloss m_1 bremses så ned over ei lengde $s = \ell - h$, med $F_f = \mu m_1 g$ som før.

Bruk av energikonserveringsloven for bevegelsen etter at m_2 traff gulvet, dvs. $x \in [h, \ell]$ gir

$W_{\text{kin}}(x = \ell) = W_{\text{kin}}(x = h) - W_f(x = \ell - h)$

$\frac{1}{2} m_1 v_B^2 = \frac{1}{2} m_1 v_A^2 - F_f s = \frac{1}{2} m_1 v_A^2 - \mu m_1 g (\ell - h)$, dvs.

$v_B^2 = v_A^2 - 2\mu g (\ell - h) = 2gh[(m_2 - \mu m_1)/(m_1 + m_2) - \mu(\ell - h)/h]$

$$v_B(x = \ell) = \sqrt{2gh} \sqrt{(m_2 - \mu m_1)/(m_1 + m_2) - \mu(\ell/h - 1)}. \quad (2)$$

Dimensjon: $[v_A] = [v_B] = [gh]^{1/2} = [\text{m/s}^2 \cdot \text{m}]^{1/2} = [\text{m/s}]$

dvs. - dimensjonen er O.K.

Tallverdier:

$v_A = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 1} \sqrt{(2 - 0.3 \cdot 1)/(1 + 2)} \text{ m/s} = 3.33 \text{ m/s}$

$v_B = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 1} \sqrt{(2 - 0.3 \cdot 1)/(1 + 2) - 0.3 \cdot (2/1 - 1)} \text{ m/s} = 2.29 \text{ m/s}.$

Oppgave 2.

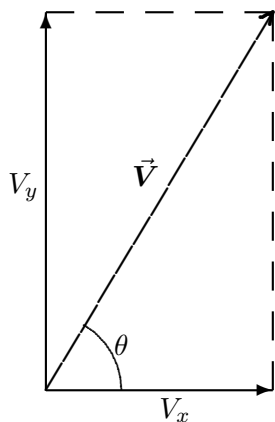
Dette er en modell hvor all dynamikk foregår i et plan. Etter støtet (kollisjonen) er bevegelsen gitt ved hastighetsvektoren til de sammenflettede bilene $\vec{V} = \{V_x, V_y\}$. Vi har dermed en modell som etter kollisjonen har funnet sted, har to frihetsgrader, og vi trenger to skalere likninger for å kunne bestemme V_x og V_y . Disse to likningene følger av impulsbevarelsen ved støt.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Impulsbevarelse i } x\text{-retning: } m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V_x \\ \text{Impulsbevarelse i } y\text{-retning: } m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V_y \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{To likninger og} \\ \text{to ukjente.} \end{array} \quad (3)$$

$$V_x = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad V_y = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2.$$

 (4)

Tallverdier: $\frac{V_x}{V_y} = \frac{[1200/(1200 + 3000)] \cdot 60 \text{ km/h}}{[3000/(1200 + 3000)] \cdot 40 \text{ km/h}} = \frac{(120/7) \text{ km/h}}{(200/7) \text{ km/h}}$



$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 33.3 \text{ km/h} = 9.26 \text{ m/s} \\ \text{tg } \theta &= V_y/V_x = 20/12 = 5/3 \\ \theta &= \arctg(5/3) = 1.01 \text{ rad} = 59^\circ \end{aligned}$$

Oppgave 3

v_1^0 : Potensiell energi $m_1 g \ell \rightarrow$ kinetisk energi $m_1 v_1^2/2 \Rightarrow \underline{v_1^0} = \sqrt{2g\ell}$

Strekk i snora = (tyngde av kula) + ('sentrifugalkraft') $\Rightarrow$

$$\underline{S_1^0} = m_1 g + m_1 v_1^{0^2}/\ell = m_1 g + 2m_1 g \ell/\ell = \underline{3m_1 g}$$

Støtet gir kule 2 fart v_2' , som finnes av

$$(I) \quad m_1 v_1^0 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (\text{impulsbalanse})$$

$$(II) \quad m_1 v_1^{0^2}/2 = m_1 v_1'^2/2 + m_2 v_2'^2/2 \quad (\text{energibalanse - elastisk støt})$$

Vi dividerer ligningene (I) og (II) med m_1 , og skriver $m_2/m_1 = k$.

(I) gir da $v_1' = v_1^0 - k v_2'$, som innsatt i (II) gir

$$v_1^{0^2} = (v_1^0 - k v_2')^2 + k v_2'^2 = v_1^{0^2} - 2k v_1^0 v_2' + (k^2 + k) v_2'^2$$

om etter rydding gir

$$\underline{v_2' = 2v_1^0/(1+k)}$$

Strekket i snor 2 blir (tyngde + 'sentrifugalkraft'),

$$\underline{S'_2 = m_2 g + m_2 v_2'^2 / \ell = \underline{m_2 g [1 + 8 / (1 + k)^2]}}$$

$$\begin{array}{l} \underline{\text{Tallverdier:}} \quad \underline{v_1^0 = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1} \, m/s = 4.43 \, m/s} \\ \quad \underline{S_1^0 = 3 \cdot 0.01 \, kg \cdot 9.8 \, m/s^2 = 0.294 \, N} \\ \quad \underline{S_2' = 0.370 \, N} \end{array}$$