Institutt for fysikk, NTNU
TFY4106 Fysikk for MTBYGG, MTING høsten 2013.

Løsning øving 11.

Oppgave 1.

a. Ved overgang til damp forandrer volumet til $1\,\mathrm{kg}\,\mathrm{H_2O}$ seg med

$\Delta V = (0.824 - 0.001)\,\mathrm{m}^3 = 0.823\,\mathrm{m}^3$

og det utføres et arbeid

$\underline{W} = p\,\Delta V = (2 \cdot 1.013 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}) \cdot 0.823\,\mathrm{m}^3 = 1.667 \cdot 10^5\,J = \underline{\underline{167\,\mathrm{kJ}}}$

b. Økninga i indre energi er - ifølge varmelæras første hovedsetning -

$\Delta U = \Delta Q - W$ – hvor ΔQ = fordampningsvarmen $= m \cdot L_\mathrm{f}$;

$\underline{\Delta U} = (1\,\mathrm{kg} \cdot 2.2 \cdot 10^6\,\mathrm{J}\ /\mathrm{kg}) - 1.667 \cdot 10^5\,\mathrm{J} = 2.033 \cdot 10^6\,\mathrm{J} = \underline{\underline{2.03\,\mathrm{MJ}}}$.

Oppgave 2.

For idéelle gasser gjelder

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{C}_\mathrm{v} &= n_\mathrm{f} \cdot k_\mathrm{B}/2 \\ \mathcal{C}_\mathrm{p} &= (n_\mathrm{f}+2) \cdot k_\mathrm{B}/2 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l} \text{hvor } n_\mathrm{f} \text{ er \# frihetsgrader per partikkel} \\ \text{og } \mathcal{C}_\mathrm{v}, \mathcal{C}_\mathrm{p} \text{ er varmekapasitet per partikkel} \end{array}$$

– dvs. $\mathcal{C}_\mathrm{p} = \mathcal{C}_\mathrm{v} + k_\mathrm{B}$, eller – hvis man multipliserer med Avogadros tall N_A (N_A = # molekyler per mol)

$$C_\mathrm{p} = C_\mathrm{v} + R \qquad \text{hvor } C_\mathrm{v}, C_\mathrm{p} \text{ er varmekapasitet per mol}$$

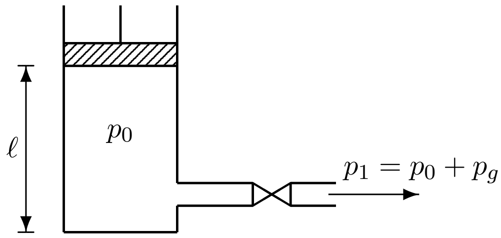
– og

$$\gamma \equiv C_\mathrm{p}/C_\mathrm{v} = 1 + R/C_\mathrm{v} \quad \Rightarrow \quad \underline{C_\mathrm{v} = R/(\gamma-1)} \quad \text{og} \quad \underline{C_\mathrm{p} = \gamma R/(\gamma-1)}$$

a. $\underline{Q} = nC_\mathrm{p}\Delta T = 1.5\,\mathrm{mol} \cdot (1.127/0.127) \cdot 8.315(\mathrm{J/mol \cdot K}) \cdot 5\,\mathrm{K} = \underline{\underline{553\,\mathrm{J}}}$

b. $\underline{\Delta U} = nC_\mathrm{v}\Delta T = Q \cdot C_\mathrm{v}/C_\mathrm{p} = Q/\gamma = \underline{\underline{491\,\mathrm{J}}}$

Oppgave 3.



Adiabatisk kompresjon:

$$
\begin{array}{lcl}
\ell_0 & \rightarrow & \ell_1 < \ell_0 \\
p_0 & \rightarrow & p_1 = p_0 + p_{\mathrm{g}} \\
C_{\mathrm{v}} & = & 20,8\,\mathrm{J}\ /\ \mathrm{mol}\cdot\mathrm{K} \\
C_{\mathrm{p}} & = & C_{\mathrm{v}} + R = 29,1\ \ \mathrm{J/mol}\cdot\mathrm{K} \\
\gamma & = & C_{\mathrm{p}}/C_{\mathrm{v}} = 1,4
\end{array}
$$

a. $p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_0 (p_0/p_1)^{1/\gamma}$
$\Rightarrow \ell_1 = \ell_0 (p_0/p_1)^{1/\gamma} = \ell_0 [p_0/(p_0 + p_{\mathrm{g}})]^{1/\gamma} = 0,276\,\ell_0$
$\underline{\ell} = \ell_0 - \ell_1 = 0,724\,\ell_0 = \underline{\underline{18,1\,\mathrm{cm}}}$

b. $T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_1 = T_0 (V_0/V_1)^{\gamma-1} = T_0\,(\ell_0/\ell_1)^{\gamma-1}$
$\underline{T_1} = 300\,\mathrm{K} \cdot (1/0,276)^{0,4} = \underline{\underline{502\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{229\,{}^o\mathcal{C}}}$

c. $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}W$ – og $\mathrm{d}Q = 0$ for en adiabatisk prosess –
$\Rightarrow \quad \underline{|W|} = |\Delta U| = n C_{\mathrm{v}} \Delta T = 20 \cdot 20,8 \cdot (502 - 300)\,\mathrm{J} = \underline{\underline{84\,\mathrm{kJ}}}$
$W_{\mathrm{tot}} = |W| + p_1 V_1 - p_0 V_0 = |W| + nR(T_1 - T_0) = n(C_V + R)\Delta T = n C_p \Delta T = \underline{\underline{118\,\mathrm{kJ}}}.$

Oppgave 4.

Volumforandring fra likevektsposisjon $y = 0$ er

$\underline{\Delta V = A\,y}$, hvor $A = \pi d^2/4$

Kraft på kula (tyngdekrafta er balansert ut ved $y = 0$) er

$\underline{F = A \Delta p}$.

pV^γ =konst. $\Rightarrow \quad \Delta p \cdot V^\gamma + \gamma p V^{\gamma-1} \Delta V = 0$, dvs.

$\underline{\Delta p = -\gamma p \Delta V / V}$

Newtons 2. lov $F = m\ddot{y}$, med $F = A \cdot (-\gamma p A y / V)$, gir med dette ei svingeligning

$$
\boxed{\begin{array}{l} \ddot{y} + \omega_0^2 y = 0 \\ \text{med } \omega_0^2 = A^2 \gamma p / mV \end{array}} \tag{1}
$$

Svingetida $\tau = 2\pi/\omega_0$ – og med $m = \rho \cdot (4/3)\pi(d/2)^3$ fåes

$$\underline{\tau} = \sqrt{(32\pi/3)(\rho V/\gamma p d)} \quad \xrightarrow{\text{tallverdier}} \quad 1.37\,s/\sqrt{\gamma}$$

a. $\gamma = 5/3 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\tau = 1.06\,\mathrm{s}}}$

b. $\gamma = 4/3 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\tau = 1.19\,\mathrm{s}}}$