

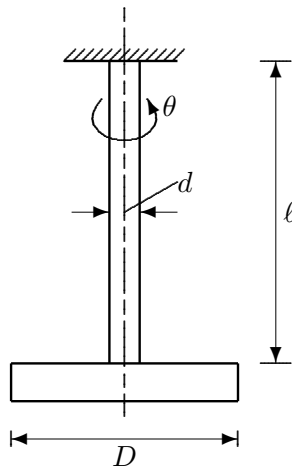
Regneøving 5.

(Veiledning: Onsdag 25. september kl. 16.15-18.00.)

Denne øvinga skal gi trening i behandling av periodisk bevegelse, beskrevet av differensialligninger av type $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$ – som i mekanikk vanligvis fås fra $F = m\ddot{x}$ eller $\tau = I\ddot{\theta}$, med $F \propto -x$ eller $\tau \propto -\theta$.

Oppgave 1: Torsjonssvingninger

En cylindrisk stav med lengde ℓ og diameter d er fast innspekt i den ene enden, og den andre enden er belastet med ei homogen skive med masse M og diameter D .



For å vri staven en vinkel θ ut av likevektposisjonen, kreves et dreiemoment $\tau = (\mu\pi d^4/32\ell)\theta$, hvor μ er skjærelastisitetsmodulen.

Måling av perioden T for torsjonssvingninger i et system som dette, kan brukes til å finne skjærmodulen.

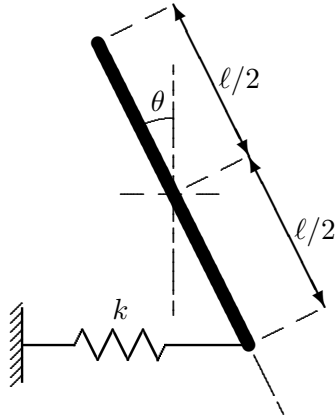
Finn først ei svingelikning for systemet, av form $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$.

Finn så et uttrykk for $\mu = \mu(M, D, d, \ell; T)$.

Sett til slutt inn tallverdier: $\ell = 0.5$ m, $d = 1$ mm, $D = 10$ cm, $M = 0.2$ kg og $T = 1.2$ s, og finn μ numerisk.^a

^aSvar: $3.49 \cdot 10^{10}$ Pa.

Oppgave 2: Fjærdreven pendelbevegelse



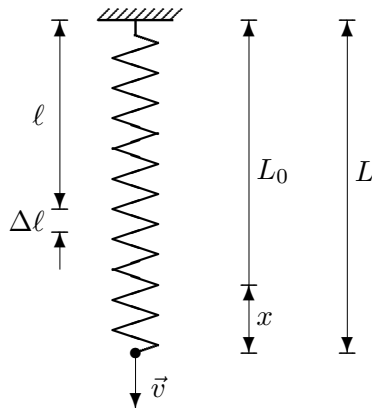
En tynn, uniform metallstav med masse M er hengt opp uten friksjon om en akse gjennom stavens midtpunkt og loddrett på staven. Den nederste enden av staven er festet til en horisontal fjær med fjærkonstant k . Fjærens andre ende holdes i ro.

Staven vrir en *liten* vinkel θ fra vertikal hvileposisjon (sterkt overdrevet på figuren), og slippes så.

Vis at stavens vinkel med vertikalaksen kan beskrives som en enkel, harmonisk bevegelse,^a med periode $T = 2\pi\sqrt{M/3k}$.

^aDu må finne treghetsmomentet til staven om aksen, bruke dreiemomentlikningen, og sette $\sin\theta \approx \theta$.

Oppgave 3: Fjær med endelig masse



Inga fjær er helt vektløs - selv om vi gjerne antar det i enkle modellberegninger.

Betrakt ei spiralfjær med masse M , likevektslengde L_0 og fjærkonstant k . Når lengden forandres til L , blir den potensielle energi $V(x) = kx^2/2$, hvor $x = L - L_0$.

Den ene enden av fjæren holdes fast og den andre enden fri. Hastigheten til den frie enden er v . Anta som en tilnærming at hastigheten til punkter langs fjæra varierer lineært med avstanden ℓ fra den faste enden, og at fjærmassen M er jevnt fordelt langs fjæra.

Finn først den kinetiske energien til fjæra W_k , uttrykt ved M og v ved å ta for deg et element med lengde $\Delta\ell$ i posisjon ℓ , med masse ΔM – finn energien til elementet – og integrer for å finne total kinetisk energi.

Skriv så ned et uttrykk for den totale energien (kinetisk + potensiell) for fjæra og likninga for energibevarelse.

Deriver så energikonserveringslikninga med hensyn på tida, og vis at dette gir ei differensiallikning som beskriver svingninger med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{3k/M}$.