

Regneøving 10.

(Veiledning: Onsdag 30. oktober kl. 16.15-18.00.)

Denne øvinga omhandler varmeledning, varmestråling og varmekapasitet.

Oppgave 1: Husisolasjon

En snekker bygger en enkel husvegg med 2 cm ytterpanel, og 3.5 cm styroporplate innenfor som isolasjon. (Dette er *ikke* god, norsk vinterisolasjon.)

Ytterpanelet har varmeledningsevne $\lambda_P = 0.08 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, og styroporplata $\lambda_S = 0.010 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

Anta at temperaturen på innerflata er $T_i = 19^\circ\text{C}$ og på ytterflata $T_y = -10^\circ\text{C}$.

Hva er temperaturen T_0 i kontaktflata tre-styropor?

Og hva er varmestromtettheten $J_Q [\text{W/m}^2]$ gjennom veggen?¹

Oppgave 2: Dør med glassvindu

En snekker – igjen – lager en massiv tredør med dimensjoner $200 \text{ cm} \times 95 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. Varmeledningsevnen for trematerialet er $\lambda_T = 0.120 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

Luftsjiktene på inner- og ytterflatene av døren har en samlet termisk motstand tilsvarende 1.5 cm tre i tillegg.

Anta at temperaturen på innsida av døra er $T_i = 20^\circ\text{C}$ og på yttersida $T_y = -8^\circ\text{C}$.

Hva er varmestrommen $H \equiv dQ/dt [\text{W}]$ gjennom døra?² Et glassvindu, med dimensjon $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$, settes inn i døra. Glasset har en tykkelse på 4 mm, og varmeledningsevne $\lambda_G = 0.80 \text{ W/m}\cdot\text{K}$. Luftsjiktene på inner- og yttersida av glasset har en samlet termisk motstand tilsvarende 12 cm glass i tillegg. (Mye? Ja - det er nok slik - glasset alene er skrekkelig dårlig isolator!)

Med hvilken faktor $(1 + \Delta H/H)$ øker varmestrommen H ?³

Oppgave 3: Hvor stor er Betelgeuse?

Stjerner emitterer lys nesten som ideelle svarte legemer, dvs. etter Stefan-Boltzmanns lov.

Betelgeuse – den røde kjempestjerna i skulderen på stjernebildet Orion – har en overflatetemperatur på 3000 K og en total utstråling $H = 3.9 \cdot 10^{30} \text{ W}$.

Hva er radien R til kjempestjerna? Oppgi svaret i enheter km og solradier $R_\odot = 6.96 \cdot 10^8 \text{ m}$.⁴

OPPGITT:

Stefan-Boltzmanns lov: $H = dQ/dt = A \sigma T^4$

Stefan-Boltzmanns konstant: $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$.

¹Svar: $T_0 = -8.1^\circ\text{C}$, $J_Q = 7.7 \text{ W/m}^2$.

²Svar: 116 W.

³Stråling er ikke nevnt – og da kan dere anta at den heller ikke skal tas med.

⁴Svar: $R = 374 R_\odot$.

Oppgave 4: Strålingsbalansen på jorda.

a) Sola har diameteren $d = 1,392 \cdot 10^6$ km og ligger i en midlere avstand $R = 149,6 \cdot 10^6$ km fra jorda. Dens effektive overflatetemperatur er $T_0 = 5785$ K.

Hva er utstrålt effekt pr. m^2 ?

Hva er effekten pr. m^2 som entrer jordatmosfæren?

b) Anta at jorda sender ut igjen energien, som er mottatt fra sola, ved at den stråler som en ideell svart stråler.

Hvilken midlere temperatur T ville dette gi på jordoverflata?

Oppgave 5: Varmekapasitet

a) Ved å gjøre beregninger basert på kvantemekanikk finner en at en harmonisk oscillator i termisk likevekt har energien

$$U = kT_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^x - 1} \right) \quad \text{der} \quad x = T_0/T.$$

Videre er T_0 gitt ved

$$T_0 = \frac{h\nu}{k}$$

der h er Plancks konstant, $\nu (= \omega_0/2\pi)$ er egenfrekvensen og k er Boltzmanns konstant. Hva er frekvensen ν dersom en antar $T_0 = 200$ K? [$T = T_0$ er en karakteristisk temperatur der den termiske energien kT tilsvarer energien $h\nu$ til kvantesprangene eller avstanden mellom energinivåene til den harmoniske oscillatoren.]

En oscillator med frekvensen ν vil sende ut elektromagnetisk stråling med samme frekvens (når elektriske ladninger oscillerer i atom og molekyl). Hvilken bølgelengde har elektromagnetisk stråling som har den funne frekvensen ν og som beveger seg med lyshastigheten i vakuum?

b) Den spesifikke varmen ($C = dU/dT$) til oscillatoren gitt under punkt a) vil være gitt av et uttrykk på formen

$$C = k f(x)$$

Bestem denne funksjonen $f(x)$.

[En enkel model for et fast stoff består av en samling med harmoniske oscillatorer som alle har samme frekvens (Einsteins model). I et fast stoff sitter atomene i et gitter der de kan vibrere i 3 retninger. For et mol gir dette et antall $3N_A$ oscillatorer slik at spesifikk varme blir $C' = 3N_A C = 3R f(x)$ ($R = N_A k$) der $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ er Avogadros konstant.]

c) Hva blir $f(x)$ når $x \rightarrow 0$, dvs. $T \rightarrow \infty$?

Hva blir $f(x)$ når $x \rightarrow \infty$, dvs. $T \rightarrow 0$?

Beregn videre $f(x)$ for $T = T_0/5$, $T = T_0/2$ (Svar: 0,724), $T = T_0$ (Svar: 0,921), og romtemperatur $T = 20^\circ \text{C}$.

Oppgitt: $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$,
 $c = 3,00 \cdot 10^5 \text{ km/s}$ (lyshastigheten i vakuum), $e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \dots$.